

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

9. Übungsblatt

Abgabe bis Montag, 27.06.2016, 12.30 Uhr

Aufgabe 1:

(a) Berechnen Sie

$$\int_M (x^2 + y^2) d(x, y)$$

wobei M zu vorgegebenen positiven Zahlen r , R und a mit $r < R$ definiert ist durch

(i) $M := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : r^2 \leq x^2 + y^2 \leq R^2, x \geq 0, y \geq 0\}$

(ii) $M := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : r^2 \leq x^2 + y^2 \leq R^2, y \geq ax\}$.

(b) Berechnen Sie $\int_M \frac{y}{x} d(x, y)$, $M := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, \sqrt{x^2 + y^2} \in [r, R], |y| \leq x\}$

Aufgabe 2 (K):

Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers B definiert durch

$$B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \in [a, b], y^2 + z^2 \leq f(x)^2\}$$

für die folgenden Funktionen f und $n \in \mathbb{N}$:

(a) $f(x) = x^n(1 - x)$ ($x \in [0, 1]$)

(b) $f(x) = e^x - 1 - x$ ($x \in [0, 1]$)

(c) $f(x) = |\sin(nx)|$ ($x \in [-\pi, \pi]$)

(d) $f(x) = |x|\sqrt{1 - x^2}$ ($x \in [0, 1]$).

Aufgabe 3:

Seien $f, g \in C[a, b]$ mit $0 \leq f(x) < g(x)$ ($x \in [a, b]$). Sei

$$B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : f(x) \leq y \leq g(x)\}.$$

Ferner sei der Flächenschwerpunkt $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ von B definiert durch

$$x_0 = \frac{1}{|B|} \int_B x d(x, y), \quad y_0 = \frac{1}{|B|} \int_B y d(x, y).$$

Beweisen Sie, dass dann für das Volumen V des von B durch Rotation um die x -Achse erzeugten Körpers gilt:

$$V = 2\pi y_0 |B|$$

Aufgabe 4 (K):

Berechnen die folgenden Integrale (Hinweis: Normalbereiche):

- (a) $\int_M \cosh\left(\frac{x}{y+1}\right) d(x, y)$, $M := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, y - x \geq -1, y^2 - x - 1 \leq 0\}$
- (b) $\int_M (y + x^2) d(x, y)$, wobei M das Dreieck mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(1, 5)$, $(5, 1)$ ist.
- (c) $\int_M \sin(z) d(x, y, z)$, wobei M die durch die Ebenen $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 0\}$, $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = 0\}$, $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 0\}$ und $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + 2z = 1\}$ eingeschlossene Menge ist.

Anmeldung für die Klausur Die Klausur "Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik" findet statt am 30.08.2016 von 08-00Uhr-10:00Uhr (Teil I) und 11:00Uhr-13:00Uhr (Teil II). Die Anmeldungen im CAS-System (keine Prüfungsnummer) und QISPOS-System (Prüfungsnummer 265) sind möglich, sobald der Übungsschein als bestanden eingetragen ist. Der Anmeldeschluss ist der 16.08.2016. Spätere Anmeldungen können nicht berücksichtigt werden.

Anmeldung für den Übungsschein

Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im CAS-System (keine Prüfungsnummer), bzw. im QISPOS-System (Prüfungsnummer 263). Ohne eine rechtzeitige Anmeldung bis spätestens 23.07.2016 wird Ihnen der Schein nicht anerkannt, unabhängig davon, wie viele Punkte Sie gesammelt haben.