Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. Gerd Herzog
Dr. Peter Rupp

SoSe 19
26.04.2019

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

1. Übungsblatt

Abgabe bis Freitag, 03.05.2019, 12.30 Uhr

Aufgabe 1:

(a) Es seien reelle Folgen $(a_n)_{n=1}^\infty$, $(b_n)_{n=1}^\infty$ mit der Eigenschaft

$$\sum_{n=1}^\infty a_n^2 < \infty, \ \sum_{n=1}^\infty b_n^2 < \infty$$

gegeben. Beweisen Sie, dass $\sum_{n=1}^\infty a_n b_n$ konvergiert und die Ungleichung

$$\sum_{n=1}^\infty a_n b_n \le \left(\sum_{n=1}^\infty a_n^2\right)^{\frac{1}{2}} \left(\sum_{n=1}^\infty b_n^2\right)^{\frac{1}{2}},$$

gilt. *Hinweis:* Cauchy-Schwarz-Ungleichung

(b) Benutzen Sie (a) mit $a_n := 1/n$, $b_n := 1/(n+1)$ um die folgende (gute!) obere Schranke für den goldenen Schnitt zu berechnen:

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \le \frac{\pi^2}{6}.$$

Aufgabe 2 (K):
Entscheiden Sie, welche der folgenden Teilmengen von $\mathbb{R}^2$ offen oder abgeschlossen sind. Beweisen Sie Ihre Aussagen.

(a) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < y < f(x)\}$, mit $f \in C(\mathbb{R})$.

(b) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < y < f(x)\}$, mit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 1$ $(x \in (0,1))$, 0 sonst.

(c) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < y < f(x)\}$, mit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 1$ $(x \in [0,1])$, 0 sonst.

(d) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1,\ y = \sin(1/x)\}$.

— bitte wenden —