

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

3. Übungsblatt

Abgabe bis Freitag, 17.05.2019, 12.30 Uhr

Aufgabe 1 (K):

Untersuchen Sie, ob die nachstehenden Folgen $(z_n)_{n=1}^{\infty}$ konvergieren und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert:

(a) $z_n := \left(\frac{3+i}{(2-i)^2+2i} \right)^n$

(b) $z_n := (\sqrt{-n^4 + 4n^2 + 4} - in^2) \cdot \left(1 + \frac{\pi i}{4n}\right)^n$

(c) $z_n := \frac{n^2+3n}{4in^2} e^{in\pi}$

(d) $z_n := \frac{n+i\sqrt{4n^4-n^2}}{4n^2} \cdot \sin(1/n)$

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie für die nachfolgenden Potenzreihen alle $z \in \mathbb{C}$, für welche die Reihe konvergiert.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{3n^2} z^n$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-4} z^{n^2}$

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n} z^{2n}$

Aufgabe 3 (K):

(a) Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(x) := e^{i\sqrt{2}x}$

(b) Konvergiert die Fourierreihe an der Stelle $x = 0$?

Aufgabe 4:

Beweisen Sie die folgenden Identitäten für trigonometrische Funktionen mit Hilfe ihrer Darstellung der komplexen Exponentialfunktion: Für $x \in \mathbb{R}$ gilt:

(a) $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$

(b) $\cos(2x) = 2 \cos^2(x) - 1$

(c) $\cos(3x) = 4 \cos^3(x) - 3 \cos(x)$

(d) $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$.