Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. Gerd Herzog
Dr. Peter Rupp

SoSe 19
07.05.2019

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

7. Übungsblatt

Abgabe bis Freitag, 14.06.2019, 12:00 Uhr

Aufgabe 1:
Betrachten Sie die Gleichung

$$x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 1 = 0.$$

Bestimmen Sie alle Lösungen $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R}^3$, in denen lokal nach x aufgelöst werden kann. Das heißt, es existieren $\delta > 0$, und genau ein $g \in C^1(U_\delta((y_0, z_0)), \mathbb{R})$, sodass $g(y_0, z_0) = x_0$ und $g(y, z)^2 + 2y^2 + 3z^2 - 1 = 0$ $((y, z) \in U_\delta((y_0, z_0)))$ gilt.

Aufgabe 2 (K):
Betrachten Sie die Gleichung

$$xz + e^{yx} = 2.$$

Zeigen Sie, dass $\delta, \eta > 0$ und genau eine Funktion $g \in C(U_\delta((0, 1)), U_\eta(1))$ existieren, sodass gilt:

$$g(0, 1) = 1, \qquad g(y, z)z + e^{yg(y,z)} = 2 \qquad ((y, z) \in U_\delta((0, 1))).$$

Berechnen Sie darüber hinaus die Ableitunge $g'(0, 1)$.

Aufgabe 3 (K):
Es sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y) := (2x \cos(y), e^x \sin(y))$. Zeigen Sie, dass es $\delta > 0$ gibt, sodass f auf $U_\delta(1, \frac{\pi}{2})$ injektiv ist und eine Umkehrfunktion $f^{-1}\colon f(U_\delta(1, \frac{\pi}{2})) \to U_\delta((1, \frac{\pi}{2}))$ existiert. Berechnen Sie weiter $(f^{-1})'(0, e)$.

Aufgabe 4:
Es sei

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ f(x, y) := ((2 + \arctan(x)) \sin(y), -e^x \cos(y)).$$

Zeigen Sie, dass f in jedem Punkt lokal, aber nicht global injektiv ist.

Anmeldung für die Klausur

Die Klausur "Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik" findet statt am 17.09.2019 von 08:00Uhr-10:00Uhr (Teil I) und 11:00Uhr-13:00Uhr (Teil II). Die Anmeldungen im CAS-System (keine Prüfungsnummer) und QISPOS-System (Prüfungsnummer 265) sind ab sofort möglich, sobald der Übungsschein als bestanden eingetragen ist. Der Anmeldeschluss ist der 01.09.2019. Spätere Anmeldungen können nicht berücksichtigt werden.