

Bestimmen Sie die Summe. (1)

$$I = \int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 e^{-x^2} dx dy + \int_{-1}^0 \int_{1-\sqrt{y+1}}^1 e^{-x^2} dx dy$$

Lösung: Wir kennen die Stammfunktion von  $e^{-x^2}$  nicht. Deswegen, werden wir die Ordnung der Integration vertauschen, d.h. wir werden bezüglich  $y$ -integrieren und danach bezüglich  $x$ . Die Integrale der Summe  $I$  sind Integrale über die Normalbereiche

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq 1, \sqrt{y} \leq x \leq 1\}$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq y \leq 0, 1 - \sqrt{y+1} \leq x \leq 1\}$$

Damit wir die Ordnung der Integration vertauschen, müssen wir