Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. Gerd Herzog
Dr. Peter Rupp

SoSe 19
29.04.2019

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

1. Präsenzblatt 1

Aufgabe 1:
Es sei $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ und $B \in \mathbb{R}^{n\times l}$. Zeigen Sie dass dann

$$\|AB\| \leq \|A\| \, \|B\|$$

gilt, wobei $\|A\|^2 := \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|^2$ die Frobenius-Norm bezeichne.

Aufgabe 2:
Beweisen Sie die folgende Ungleichung: Für alle $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sqrt{\left|\frac{1+a}{1-a}\right|}\,|1-a^{n+1}| \leq \sqrt{(n+1)|1-a^{2n+2}|}.$$

Hinweis: Betrachten Sie die Vektoren $u = (1, \dots, 1)$, $v = (1, a, \dots, a^n) \in \mathbb{R}^{n+1}$.

Aufgabe 3:
Untersuchen Sie die folgenden Teilmengen $A \subseteq \mathbb{R}^2$ auf Offenheit, Abgeschlossenheit, Beschränktheit und Kompaktheit:

(a) $A = [0, 1] \times (0, 2)$

(b) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \, y \geq x\}$

(c) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \, x^2 + y^2 \leq 4\}$

Aufgabe 4:
Es seien $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ offen. Beweisen Sie, dass $A \cap B$ offen ist. Sind auch abzählbare Schnitte offener Mengen offen?