Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. Gerd Herzog
Dr. Peter Rupp

SoSe 19
13.05.2019

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

3. Präsenzblatt

Aufgabe 1:
Beweisen Sie die folgende Erweiterung des Leibnizkriteriums für komplexe Potenzreihen. Abelkriterium: Es sei $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ eine fallende Nullfolge in $\mathbb{R}$. Dann konvergiert die Potenzreihe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ für alle $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| \leq 1$ und $z \neq 1$.

Hinweis: Schreiben Sie

$$s_n(z) := \sum_{k=0}^{n} z^n = \frac{1 - z^{n+1}}{1 - z} \qquad (z \neq 1)$$

und finden Sie eine Majorante für $\sum\limits_{k=m}^{n} a_k z^k = \sum\limits_{k=m}^{n} a_k (s_k(z) - s_{k-1}(z))$.

Aufgabe 2:

(a) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für welche die Reihe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n+1}$ konvergiert.

(b) Verwenden Sie (a) um zu zeigen, dass die Folge $(z^n)_{n=1}^{\infty}$ in $\mathbb{C}$ mit $|z| = 1$ genau dann konvergiert, wenn $z = 1$ gilt.