Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. Gerd Herzog
Dr. Peter Rupp

SoSe 19
10.06.2019

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

7. Präsenzblatt

Aufgabe 1:
Es sei

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ f(x,y) := (x^2 + xy + 1, x + y + y^3 + 1).$$

Zeigen Sie, dass es ein $\delta > 0$ gibt, sodass f auf $U_\delta(1,1)$ injektiv ist und eine Umkehrfunktion $f^{-1}\colon f(U_\delta((1,1))) \to U_\delta((1,1))$ existiert. Berechnen Sie weiter $(f^{-1})'(3,4)$.

Aufgabe 2:
Betrachten Sie das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x^2 + uy + e^v &= 0 \\ 2x + u^2 - uv &= 5. \end{aligned}$$

Beweisen Sie, dass $\delta > 0$, sowie eine Funktion $g \in C^1(U_\delta((2,5)), \mathbb{R}^2)$ existieren, sodass $(x, y, g(x,y))$ für jedes $(x,y) \in U_\delta((2,5))$ das Gleichungssystem löst.
Zusatz: Zeigen Sie, dass $(2, 5, -1, 0)$ die einzige Lösung der Form $(2, 5, u, v)$ mit $(u, v) \in \mathbb{R}^2$ ist.