

HÖHERE MATHEMATIK III FÜR DIE FACHRICHTUNG
ELEKTROTECHNIK UND INFORMATIONSTECHNIK

4. ÜBUNGSBLATT

AUFGABE 1 (ÜBUNG)

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y' = x^2 y^2 - 1, \quad y(0) = 1.$$

Wenden Sie den Potenzreihenansatz $y(x) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j x^j$ an und bestimmen Sie die ersten sechs Koeffizienten c_j für $j = 0, \dots, 5$.

AUFGABE 2 (ÜBUNG)

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y'' + xy' + y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0,$$

welches mit einem Potenzreihenansatz $y(x) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j x^j$ gelöst werden kann.

a) Zeigen Sie für die Koeffizienten c_j die Rekursionsformel

$$c_{j+2} = -\frac{1}{j+2} c_j, \quad j \in \mathbb{N}_0.$$

b) Zeigen Sie, dass die Koeffizienten explizit gegeben sind durch

$$c_j = \begin{cases} 0, & j = 2k + 1 \text{ für ein } k \in \mathbb{N}_0, \\ \frac{(-1)^k}{2^k \cdot k!}, & j = 2k \text{ für ein } k \in \mathbb{N}_0, \end{cases}$$

c) Geben Sie die Lösung des Anfangswertproblems in geschlossener Form an.