Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Analysis
Prof. Dr. Wolfgang Reichel
Dipl.-Math. Carlos Hauser

SoSe 2018
14.06.2018

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

5. Übungsblatt

Aufgabe 1 (Tutorium)

a) Zeigen Sie mit dem Satz von Picard-Lindelöf, dass das Anfangswertproblem

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

eindeutig lösbar ist. Berechnen Sie die sukzessiven Approximationen $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ aus der Fixpunktiteration für $n = 1, 2, 3$.

b) Zeigen Sie mit dem Satz von Picard-Lindelöf, dass das Anfangswertproblem

$$y' = x^2 + xy^2, \qquad y(0) = 0,$$

eindeutig lösbar ist. Berechnen Sie die sukzessiven Approximationen y_n aus der Fixpunktiteration für $n = 1, 2, 3$.

Aufgabe 2 (Tutorium)

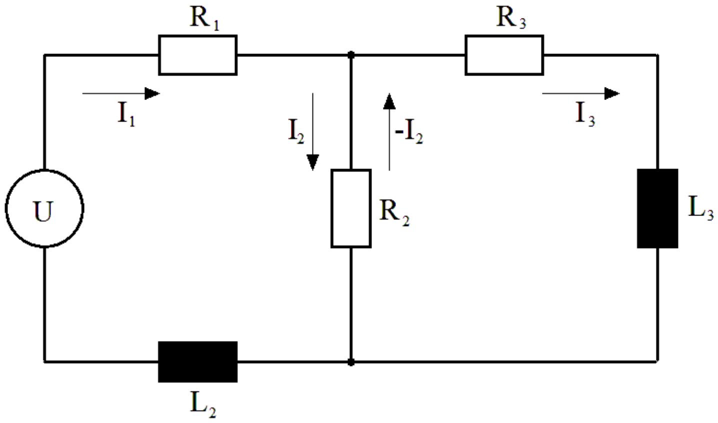
Betrachten Sie die folgenden Systeme linearer Differentialgleichungen auf $(0, \infty)$. Verwenden Sie jeweils das gegebene Fundamentalsystem Φ um die allgemeine Lösung $\vec{y} = (u, v)$ des Systems mit Hilfe der Methode *Variation der Konstanten* zu finden.

a) $u' = -\dfrac{2v}{x^2} + x, v' = -u + 1, \qquad \Phi(x) = \begin{pmatrix} -2x & \frac{1}{x^2} \\ x^2 & \frac{1}{x} \end{pmatrix},$

b) $xu' = u + 2v + x\cos(x), xv' = -u - 2v, \qquad \Phi(x) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{x} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{x} \end{pmatrix}.$

Aufgabe 3 (Tutorium)

Wir betrachten das folgende RL-Netzwerk:



Bestimmen Sie unter Verwendung der Kirchhoff'schen Regeln ein Differentialgleichungssystem für die Ströme I_2 und I_3. Lösen Sie anschließend dieses System unter den Anfangsbedingungen $I_1(0) = I_2(0) = I_3(0) = 0$ und mit den Größen $R_1 = R_2 = R_3 = 10\,$, $L_2 = L_3 = 10\,H$, $U = 10\sin(t)\,V$.

Aufgabe 4 (Übung)

Berechnen Sie explizit die Matrixexponentialfunktionen zu den folgenden Differentialgleichungssystemen.

a) $\vec{y}\,' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \vec{y}, \qquad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$

b) $\vec{y}\,' = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \vec{y}.$

Lösen Sie daraufhin das Anfangswertproblem **a)**.

Aufgabe 5 (Übung)

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\vec{y}\,'(t) = \begin{pmatrix} -15 & -24 \\ 8 & 13 \end{pmatrix} \vec{y}(t) + \begin{pmatrix} e^t \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$