Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Analysis
Prof. Dr. Wolfgang Reichel
Dipl.-Math. Carlos Hauser

SoSe 2018
28.06.2018

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

6. Übungsblatt

Zur Klausur

- Die **Modulprüfung HM3 ETIT** findet am **17.09.2018** von **13:00 bis 14:30 Uhr** statt.
- Die Online-Anmeldung ist bereits möglich.
- Anmeldeschluss ist der **31.08.2018**. Spätere Anmeldungen können nicht berücksichtigt werden.
- Wir empfehlen Ihnen, im Campus System zu überprüfen, ob Ihre Anmeldung erfolgreich war.

Aufgabe 1 (Tutorium)

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} 3\frac{\partial u}{\partial x}(x,t) + 2\frac{\partial u}{\partial t}(x,t) &= \sin(2x-3t), \qquad x,t \in \mathbb{R}, \\ u(x,0) &= xe^x, \qquad x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Aufgabe 2 (Tutorium)

a) Lösen Sie das Randwertproblem

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x}(x,y) - \frac{\partial u}{\partial y}(x,y) &= -xe^y, \qquad (x,y) \in \mathbb{R}^2, \\ u(x,0) &= x+1, \qquad x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t}(\vec{x},t) + \frac{\partial u}{\partial x}(\vec{x},t) + 2\frac{\partial u}{\partial y}(\vec{x},t) + \frac{\partial u}{\partial z}(\vec{x},t) &= t^2(x-y+z), \qquad \vec{x} = (x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\, t \in \mathbb{R}, \\ u(\vec{x},0) &= e^{-\frac{\|\vec{x}\|^2}{2}}, \qquad \vec{x} \in \mathbb{R}^3. \end{aligned}$$

Aufgabe 3 (Übung)

Berechnen Sie die Lösung des folgenden Wärmeleitungsproblems mit einem Separationsansatz:

$$\begin{aligned} \partial_t u(x,t) - \partial_{xx} u(x,t) &= 0, \qquad 0 < x < 1,\, t > 0, \\ \partial_x u(0,t) = \partial_x u(1,t) &= 0 \qquad \text{für } t > 0, \\ u(x,0) &= \cos(\pi x), \qquad \text{für } 0 < x < 1. \end{aligned}$$

— bitte wenden —

Aufgabe 4 (Übung)

Betrachten Sie die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$\partial_t u(x,t) - \partial_{xx} u(x,t) = -1, \qquad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0.$$

Setzen Sie den wandernden Wellen-Ansatz $u(x,t) = y(x - ct)$ mit Wellengeschwindigkeit $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ in die gegebene Gleichung ein um eine gewöhnliche Differentialgleichung für die Profilfunktion $y\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ herzuleiten. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der gewöhnlichen Differentialgleichung um möglichst viele Lösungen der Wärmeleitungsgleichung zu finden.