Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Analysis
Prof. Dr. Wolfgang Reichel

SoSe 2019
09.09.2019

Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektro- und Informationstechnik

Bachelor-Modulprüfung

Aufgabe 1 (10+10=20 Punkte)

a) Bestimmen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung auf dem angegebenen Intervall:

$$y' = \frac{1}{x+1}y + x + 1, \qquad I = (-1, \infty).$$

b) Bestimmen Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems auf einem geeigneten Intervall:

$$y' = -\frac{e^{-x}}{y^3} \quad \text{mit} \quad y(0) = \sqrt{2}.$$

Aufgabe 2 (10+10=20 Punkte)

a) Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem zu folgendem homogenen Problem:

$$\vec{y}\,'(t) = \begin{pmatrix} -4 & 12 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \vec{y}(t).$$

b) Zeigen Sie, dass die Matrixexponentialfunktion zu $A := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ durch

$$e^{tA} = \begin{pmatrix} e^t & te^t \\ 0 & e^t \end{pmatrix}$$

gegeben ist. Ermitteln Sie damit die Lösung des Anfangswertproblems

$$\vec{y}\,'(t) = A\vec{y}(t) + \begin{pmatrix} e^{-2t} \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

— bitte wenden —

Aufgabe 3 (7+13=20 Punkte)

a) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t}(x,t) + 2\dfrac{\partial u}{\partial x}(x,t) = \cos(x-t), & x,t \in \mathbb{R}, \\ u(x,0) = \sin(x), & x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

b) Bestimmen Sie mit Hilfe eines Separationsansatzes $u(x,y) = v(x)w(y)$ eine Lösung $u \in C^2\left([0,1]^2\right)$ des folgenden Randwertproblems:

$$\begin{cases} \Delta u = 0, & \text{in } (0,1)^2, \\ u(x,0) = 0, & x \in [0,1], \\ \dfrac{\partial u}{\partial y}(x,1) = \cos\left(\dfrac{\pi}{2}x\right), & x \in [0,1], \\ \dfrac{\partial u}{\partial x}(0,y) = 0, & y \in [0,1], \\ u(1,y) = 0, & y \in [0,1]. \end{cases}$$

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab dem **14.10.2019**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 2.027 im Mathematik-Gebäude 20.30 aus.

Die Klausureinsicht findet am Donnerstag, den **17.10.2019**, von 16 bis 18 Uhr im Daimler-Hörsaal (Geb. 10.21) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind von **21.10.2019** bis **31.10.2019**.