Karlsruher Institut für Technologie | Institut für Analysis

Prof. Dr. Wolfgang Reichel
M.Sc. Robin Flohr

Numerische Methoden, Sommersemester 2014

Übungsblatt 5

Aufgabe 1

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch

$$f(x) = \sin(x) - 0.5x - 0.1, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Die Iterierten des zugehörigen Newton-Verfahrens im Schritt m seien mit x^m bezeichnet.

a) Zeigen Sie, dass f eine Nullstelle $x^* \in (0, 0.3)$ besitzt.

b) Formulieren Sie das Newton-Verfahren zur Bestimmung einer Nullstelle von f und führen Sie drei Iterationen zum Startwert $x^0 = 0.1$ durch.

c) Zeigen Sie die Ungleichung (vgl. Satz 5.1 der Vorlesung)

$$|x^{m+1} - x^*| \leq \frac{2}{3} \cdot |x^m - x^*|^2 \qquad \text{für } x^m \in (x^* - 0.2, x^* + 0.2).$$

Verwenden Sie dies, um zu zeigen, dass gilt:

$$x^m \in (x^* - 0.2, x^* + 0.2) \quad \Longrightarrow \quad x^{m+1} \in (x^* - 0.2, x^* + 0.2).$$

Begründen Sie (mit Satz 5.1), dass das Newton-Verfahren zum Startwert $x^0 = 0.1$ konvergiert.

Aufgabe 2

Erstellen Sie ein Matlab-Programm zur Realisierung des Newton-Verfahrens zur Funktion $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, gegeben durch

$$F(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 - y \\ x^2 - y^2 + 2 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2.$$

Das Programm soll abbrechen, sobald $\|F(x^m, y^m)\|_\infty < TOL$ für eine vorzugebende Fehlertoleranz $TOL > 0$ gilt. Wählen Sie den Startwert (x^0, y^0) so, dass das Verfahren gegen die Nullstelle (x^*, y^*) von F konvergiert.

Die Aufgaben werden am 27.06.2014 in der Übung zusammen mit dem 6. Übungsblatt besprochen.