

Numerische Methoden, Sommersemester 2014

Übungsblatt 7

Aufgabe 1

Ziel dieser Aufgabe ist die Bestimmung eines Näherungswertes für

$$I(f) = \int_0^1 \frac{e^x \cos(x)}{1+x^2} dx .$$

- Bestimmen Sie Näherungen an $I(f)$ unter Verwendung der zusammengesetzten Trapezregel bzw. Simpsonregel zur Schrittweite $h = 0.25$.
- Wie groß ist n zu wählen, um mit Hilfe der zusammengesetzten Trapezregel zur Schrittweite $h = \frac{1}{n}$ das Integral mit einer Genauigkeit von 10^{-4} zu berechnen?

Aufgabe 2

Gegeben sei die Differentialgleichung $y' = y$, $y(0) = 1$, deren eindeutige Lösung $y(x) = e^x$ mit dem Euler-Verfahren näherungsweise berechnet werden soll.

- Wie lautet die Rekursionsgleichung zur Berechnung der Näherungswerte y_k an $y(kh)$ mit dem Euler-Verfahren zur Schrittweite h ? Lösen Sie diese Gleichung.
- Die Schrittweite sei nun $h = \frac{x}{n}$ für ein $n \in \mathbb{N}$ und ein $x > 0$. Welcher Näherungswert $y_n(x)$ an $y(x)$ ergibt sich?
- Zeigen Sie: $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n(x) = y(x)$.

Die Aufgaben werden am 11.07.2014 in der Übung zusammen mit dem 8. Übungsblatt besprochen.