

Numerische Methoden, Sommersemester 2014

Übungsblatt 9

Aufgabe 1

Im Folgenden ist das Randwertproblem

$$\begin{aligned} -u''(x) + u(x) &= \frac{e^x}{1+x^2} & (x \in (-1, 1)) \\ u(-1) &= u(1) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

mit Hilfe des Finite-Differenzen-Verfahrens numerisch zu lösen.

- Formulieren Sie das zu (1) gehörende Finite-Differenzen-Verfahren zu $N + 2$ äquidistanten Stützstellen x_0, x_1, \dots, x_{N+1} , d.h. geben Sie ein lineares Gleichungssystem für die Näherungswerte $y_i := y(x_i)$ für $i = 1, \dots, N$ an.
- Bestimmen Sie Näherungslösung zur Schrittweite $h = \frac{1}{2}$, d.h. $N = 3$, in den Stützstellen x_0, \dots, x_4 . Skizzieren Sie die Näherungslösung und beschriften Sie das Schaubild ausführlich.
- Wie muss das lineare Gleichungssystem aus a) modifiziert werden, wenn die Randbedingung $u(-1) = \alpha, u(1) = \beta$ für $\alpha, \beta \neq 0$ lauten?

Aufgabe 2

Es seien $a, b, y_a, y_b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$. Gegeben sei das Randwertproblem

$$\begin{aligned} y''(x) - y(x) &= 0, \\ y(a) &= y_a, \\ y(b) &= y_b. \end{aligned}$$

Erstellen Sie ein Matlab-Programm `[x,y]=RWP(a,b,N,ya,yb)`, welches zu diesem Randwertproblem eine Näherungslösung berechnet. Passen Sie dazu Resultat 8.2 der Vorlesung entsprechend an. Dabei bezeichne x den Vektor der Knoten, y den Vektor der berechneten Näherungslösung und N die Anzahl der inneren Knoten. Lassen Sie anschließend die ausgegebene Lösung für z. B. $a = 0, b = 1, y_a = 1, y_b = \cosh(1)$ in Matlab zeichnen und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der exakten Lösung.

Hinweis: Setzt man `e=ones(N,1)`, so erzeugt der Befehl `full(spdiags([a*e b*e c*e], -1:1,N,N))` eine Tridiagonalmatrix mit den Einträgen a bzw. c auf den beiden Nebendiagonalen und dem Eintrag b auf der Hauptdiagonalen.

Die Aufgaben werden am 18.07.2014 in der Übung besprochen.