

Numerische Methoden - Sommersemester 2016

Übungsblatt 2

Aufgabe 3 (*LR*-Zerlegung):

Berechnen Sie eine *LR*-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & -1 \\ -3 & 6 & 9 & -12 \\ -1 & 4 & 5 & -7 \\ 2 & -8 & -8 & 15 \end{pmatrix}$$

mit Spaltenpivotisierung, d.h. geben Sie eine Permutationsmatrix $P \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, eine untere Dreiecksmatrix $L \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ und eine obere Dreiecksmatrix $R \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ an, sodass gilt:

$$PA = LR.$$

Lösen Sie mit Hilfe dieser Zerlegung das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit $b = (6, 9, 4, -3)^T$. Hinweis: Vorwärts- und Rückwärtseinsetzen.

Aufgabe 4 (Matlab, *LR*-Zerlegung):

In dieser Aufgabe soll ein Programm zum Lösen eines linearen Gleichungssystems mit Hilfe einer *LR*-Zerlegung mit Spaltenpivotisierung erarbeitet werden. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- (i) Schreiben Sie zunächst ein Programm, das eine *LR*-Zerlegung für eine Matrix A mit Spaltenpivotisierung berechnet. Verwenden Sie bei der Bestimmung des Pivotelements die Normierung mit der Zeilensumme, d.h. im ν -ten Schritt ist das Pivotelement $a_{\mu\nu}^{(\nu)}$, $\mu \in \{\nu, \dots, m\}$ jetzt durch

$$\frac{|a_{\mu\nu}^{(\nu)}|}{\sum_{k=1}^m |a_{\mu k}^{(\nu)}|} = \max_{\nu \leq i \leq m} \frac{|a_{i\nu}^{(\nu)}|}{\sum_{k=1}^m |a_{ik}^{(\nu)}|}$$

gegeben (vgl. Algorithmus 1.6).

- (ii) Berechnen Sie nun mit Ihrem Programm für die Matrix A aus Aufgabe 3 eine *LR*-Zerlegung. Was fällt Ihnen auf?
- (iii) Schreiben Sie weiter ein Programm zur Lösung eines linearen Gleichungssystems, welches die eben berechnete *LR*-Zerlegung verwendet.
- (iv) Testen Sie Ihr Programm anhand des linearen Gleichungssystems aus Aufgabe 2 und berechnen Sie außerdem die Stromstärken I_1, \dots, I_5 des Stromkreises aus Aufgabe 1. Verifizieren Sie außerdem Ihre Lösung des linearen Gleichungssystems aus Aufgabe 3.

Die Aufgaben werden in der Übung am 12.05.2016 besprochen.