UNIVERSITÄT KARLSRUHE 31.10.2007
Institut für Analysis

Prof. Dr. R. Lemmert
Dipl.-Math. M. Mitschele

Partielle Differentialgleichungen

2.Übungsblatt - WS 2007/2008

Aufgabe 1
Man löse das Anfangswertproblem

$$u_x + x^2 e^{-y} u_y = 0, \quad u(0, y) = y,$$

und skizziere das Existenzgebiet der Lösung.

Aufgabe 2
Man löse das Anfangswertproblem

$$u_x + y^2 u_y = u, \quad u(x, 1) = xe^x$$

im Gebiet $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$ und skizziere einige Charakteristiken.

Aufgabe 3
Es sei $u \in C^1(\mathbb{R}^n)$ und $r > 0$. Man zeige: u ist genau dann homogen vom Grad r (d.h. es gilt $u(tx) = t^r u(x)$ für alle $t \in \mathbb{R}$, $t > 0$, und $x \in \mathbb{R}^n$), wenn $u'(x) \cdot x = ru(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$ gilt.

Aufgabe 4
Es sei $\Omega = K(0, 1) \subseteq \mathbb{R}^2$, $a, b \in C(\overline{\Omega})$ und $u \in C^1(\Omega)$. Zeigen Sie: Gilt $xa(x, y) + yb(x, y) > 0$ auf $\partial\Omega$ und $a(x, y)u_x + b(x, y)u_y + u = 0$ in Ω, so ist $u = 0$.

Hinweis: Untersuchen Sie $\max\limits_{(x,y)\in\overline{K(0,r)}} u(x, y)$ für jede Lösung u und $0 < r < 1$.