

Partielle Differentialgleichungen

3.Übungsblatt - WS 2007/2008

Aufgabe 1

Man löse das Anfangswertproblem

$$uu_x - u_y = 0, \quad u(0, y) = y$$

und skizziere den Definitionsbereich der Lösung.

Aufgabe 2

Es sei $a \in \mathbb{R}, a \neq 0, f \in C(\mathbb{R})$ positiv und $h \in C^1(\mathbb{R})$. Man zeige: Das Anfangswertproblem

$$au_x + u_y = f(u), \quad u(x, 0) = h(x)$$

ist in \mathbb{R}^2 lösbar, wenn die Integrale $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{f(t)} dt$ und $\int_0^{\infty} \frac{1}{f(t)} dt$ divergieren.

Aufgabe 3

Es seien $g, g_x, g_y \in C^1(\mathbb{R}^3)$ und $h \in C^1(\mathbb{R})$ mit $g(0, y, h(y)) = 0$. Man bestimme (implizit) die Lösung des Anfangswertproblems

$$g_y(x, y, u)u_x - g_x(x, y, u)u_y = 0, \quad u(0, y) = h(y).$$

Aufgabe 4

Man löse das Anfangswertproblem

$$u_x + xuu_y = u, \quad u(0, y) = -y$$

und skizziere einige Charakteristiken.