Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Prof. Dr. Wolfgang Reichel
Dipl.-Math. Dagmar Roth

WS 2010/2011

Partielle Differentialgleichungen
5. Übungsblatt

Aufgabe 14

Es sei $n \geq 2$ und u die Perron-Lösung des Problems

$$\begin{cases} \Delta u &= 0 \quad \text{in } \Omega = B_1(0)\backslash\{0\} \subset \mathbb{R}^n \\ u &= 0 \quad \text{auf } \partial B_1(0) \\ u(0) &= 1. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass $u \equiv 0$ gilt, indem Sie eine Folge von Oberfunktionen konstruieren, die auf Ω punktweise gegen Null konvergiert.

Aufgabe 15

Zeigen Sie, dass für $n \geq 3$ keine in $\mathbb{R}^n\backslash\overline{B_1(0)}$ harmonische Funktion gibt mit $u(x) \to \infty$ für $|x| \to \infty$. Gilt diese Aussage auch für $n = 2$?

Aufgabe 16

Es sei $D = (0,\pi)^2 \subset \mathbb{R}^2$. Verwenden Sie einen Separationsansatz der Form $u(x,y) = v(x)w(y)$, um eine in D harmonische Funktion zu finden, die die folgenden Randbedingungen erfüllt:

$$\begin{aligned} u(x,y) &= 0 \quad && \text{für} \quad (x,y) \in (0,\pi) \times \{0\} \cup (0,\pi) \times \{\pi\} \\ u(x,y) &= 0 \quad && \text{für} \quad (x,y) \in \{0\} \times (0,\pi) \\ u(x,y) &= 3\sin(4y) \quad && \text{für} \quad (x,y) \in \{\pi\} \times (0,\pi) \end{aligned}$$

Besprechung in der Übung am 6.12.2010.