Karlsruher Institut für Technologie WS 2012/2013
Institut für Analysis
Prof. Dr. Michael Plum
Dipl.-Math. Dagmar Roth

Partielle Differentialgleichungen
13. Übungsblatt

Aufgabe 46

Es sei $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x > 0, y > 0\}$. Bestimmen Sie den Typ der folgenden Differentialgleichungen und transformieren Sie sie auf Normalform:

a) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + (1-x^2)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (x,y \in \Omega)$

b) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (x,y \in \Omega)$

Aufgabe 47

Sei Ω wie in Aufgabe 46. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (y-x)\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (x,y \in \Omega).$$

Aufgabe 48

Es sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ein Gebiet. Weiter seien $\tilde{a} \in C(\Omega \times \Omega, \mathbb{R})$, $\gamma \in C(\Omega \times \Omega \times \mathbb{R}, \mathbb{R})$ sowie $\sigma \in \{-1, 1\}$. Transformieren Sie die Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \tilde{a}(x,y)\frac{\partial u}{\partial x} + \sigma\frac{\partial u}{\partial y} + \gamma(x,y,u)$$

auf Normalform (Wärmeleitungsform)

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \sigma\frac{\partial v}{\partial y} + \tilde{\gamma}(x,y,v).$$

Verwenden Sie eine Transformation der Form $u = vw$ wobei w eine positive, glatte Funktion ist.

Besprechung in der Übung am 30.1.2013.