

Partielle Differentialgleichungen 15. Übungsblatt

Aufgabe 51

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} = 0$$

mit $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a > 0, c > 0, ac > b^2$.

Es sei $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; \varphi(x, y, z) := (z - 1)^2 - x^2 - y^2 = 0\} \setminus \{(0, 0, 1)\}$.

- Bestimmen Sie die charakteristischen Richtungen.
- Es sei $b = 0$. In welchen Punkten ist M charakteristisch?
- Transformieren Sie für $a = 2, b = 0, c = 1$ die Differentialgleichung gemäß $\xi = x, \eta = y, t = \varphi(x, y, z)$.