

Analysis I

7. Übungsblatt

Abgabe: bis Donnerstag, den 10.12.2009, 11.30 Uhr.

Aufgabe 25 (K)

Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen sowie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, in denen die Potenzreihe konvergiert.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} x^n,$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} x^{n^2},$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n} x^n,$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} x^{n^2}.$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n!}}{n!},$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{n!},$

g) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+3}\right)^{n^2-3n} x^n,$

h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(4 + (-1)^n)^{3n}}.$

Aufgabe 26 (K)

(1) Welche (bekannten) Funktionen werden durch die folgenden Potenzreihen dargestellt?

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{(n+1)!} x^n,$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+2)!} x^{2n+1}.$

(2) Entwickeln Sie die durch die folgenden Abbildungsvorschriften definierten Funktionen in Potenzreihen um 0, und bestimmen Sie den Konvergenzradius.

a) $x \mapsto \frac{e^x}{1-x},$

b) $x \mapsto \frac{1}{x^2 + x - 2}.$

Aufgabe 27

Es sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ eine Folge reeller Zahlen, und es gebe ein $M > 0$ mit $|a_n| \leq M$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$. Zeigen Sie:

a) Die Potenzreihe $f(x) := \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ konvergiert in allen $x \in (-1, 1)$.

b) Ist $a_0 \neq 0$, so gilt $f(x) \neq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $0 < |x| < \frac{|a_0|}{2M}$.

Aufgabe 28

- a) Berechnen Sie die g -adische Entwicklung von $1/5$ für $g = 3$ und für $g = 4$.
- b) Es sei $g \in \mathbb{N}$ mit $g \geq 3$ und $0,212121\dots$ die g -adische Entwicklung einer Zahl $a \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie von g abhängige Zahlen $m, n \in \mathbb{N}$ mit $a = m/n$.

Anmeldung zum *Übungsschein* (Analysis 1) für Studierende der *Mathematik und Informatik*

- Für den ÜBUNGSSCHEIN Analysis 1 können sich Studierende der Mathematik oder Informatik ab sofort über QISPOS (Selbstbedienungsfunktion für Studierende) anmelden. Die Anmeldung über das QISPOS-System ist aus verwaltungstechnischen Gründen in jedem Fall notwendig und führt zu keinerlei Nachteilen, falls der Übungsschein nicht erlangt werden sollte. Beachten Sie hierfür bitte den

Anmeldeschuß für den Übungsschein: 13. Februar 2010.

Anmeldung zur *Bachelor-Modulprüfung* (Analysis 1) für Studierende der *Physik*

- Studierende der PHYSIK können bereits im Anschluß an das erste Semester die Bachelor-Modulprüfung am Mittwoch, den 17. März 2010, 8-10 Uhr, für das Fach Analysis 1 ablegen. In diesem Fall ist eine Anmeldung über QISPOS (Selbstbedienungsfunktion für Studierende) erforderlich. Beachten Sie hierfür bitte den

Anmeldeschuß für die Bachelor-Modulprüfung: 3. März 2010.

Alle Informationen zur BACHELOR-MODULPRÜFUNG finden Sie auch unter

<http://www.math.kit.edu/iana3/schmoeger/seite/termin/de>

Link zum QISPOS: <https://studium.kit.edu/>

Eulenfest - Glühwein statt Impfung

Di. 15.12. im Infobau - ab 19 Uhr
Musik - Glühwein - Bier - Waffeln - Grill - Cocktails
Mithelfen: www.fsmi.uni-karlsruhe.de/helfen

