

Analysis I

8. Übungsblatt

Abgabe: bis Donnerstag, den 17.12.2009, 11.30 Uhr.

Aufgabe 29 (K)

(1) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^{3/2} - x^{3/2}}{\sqrt{x}},$

b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{x^4 - 81},$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{1}{x} \right],$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right).$

(2) Bestimmen Sie jeweils alle Punkte $x \in D$, in denen die Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ stetig ist.

a) $D := \mathbb{R}, f(x) := \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x^2 - 5x + 4}, & \text{falls } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{N}, \\ \frac{3x - 10}{x + 2}, & \text{falls } x \in \mathbb{N}. \end{cases}$

b) $D := [0, 1], f(x) := \begin{cases} \frac{1}{q}, & \text{falls } x = \frac{p}{q} \in [0, 1] \cap \mathbb{Q}, \text{ mit } p \in \mathbb{N}_0, q \in \mathbb{N} \text{ teilerfremd,} \\ 0, & \text{falls } x \in [0, 1] \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$

Aufgabe 30

(1) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2009} \left(\left(1 + \frac{2009}{x} \right)^{2010} - 1 \right),$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x},$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^2},$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin(x) - 1}{x^2}.$

(2) Bestimmen Sie jeweils alle Punkte $x \in D$, in denen die Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ stetig ist.

a) $D := \mathbb{R}, f(x) := [x] + \sqrt{x - [x]} \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R},$

b) $D := [0, 1], f(x) := \begin{cases} x & \text{falls } x \in [0, 1] \cap \mathbb{Q}, \\ 1 - x & \text{falls } x \in [0, 1] \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$

Aufgabe 31 (K)

- (1) Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion mit $f(x + y) = f(x) + f(y)$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, daß f genau dann stetig ist, wenn f stetig in 0 ist.
- (2) Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig in 0, und es gebe ein $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ mit $f(x) = f(ax)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, daß f konstant ist.

Aufgabe 32

Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(0) = 1$ und

$$f(x + y) \leq f(x)f(y) \quad \text{für alle } x, y \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie: Ist f stetig in 0, so ist f stetig.

Anmeldung zum *Übungsschein* (Analysis 1) für Studierende der *Mathematik und Informatik (Bachelor)*

- Für den ÜBUNGSSCHEIN Analysis 1 können sich Studierende der Mathematik oder Informatik auf Bachelor (nicht Lehramt) ab sofort über QISPOS (Selbstbedienungsfunktion für Studierende) anmelden. Die Anmeldung über das QISPOS-System ist aus verwaltungstechnischen Gründen in jedem Fall notwendig und führt zu keinerlei Nachteilen, falls der Übungsschein nicht erlangt werden sollte. Beachten Sie hierfür bitte den

Anmeldeschuß für den Übungsschein: 13. Februar 2010.

Anmeldung zur *Bachelor-Modulprüfung* (Analysis 1) für Studierende der *Physik*

- Studierende der PHYSIK können bereits im Anschluß an das erste Semester die Bachelor-Modulprüfung am Mittwoch, den 17. März 2010, 8-10 Uhr, für das Fach Analysis 1 ablegen. In diesem Fall ist eine Anmeldung über QISPOS (Selbstbedienungsfunktion für Studierende) erforderlich. Beachten Sie hierfür bitte den

Anmeldeschuß für die Bachelor-Modulprüfung: 3. März 2010.

Alle Informationen zur BACHELOR-MODULPRÜFUNG finden Sie auch unter

<http://www.math.kit.edu/iana3/schmoeger/seite/termin/de>

Link zum QISPOS: <https://studium.kit.edu/>

Eulenfest - Glühwein statt Impfung

Di. 15.12. im Infobau - ab 19 Uhr

Musik - Glühwein - Bier - Waffeln - Grill - Cocktails

Mithelfen: www.fsmi.uni-karlsruhe.de/helfen

