

## Analysis I

### 12. Übungsblatt

Abgabe: bis Donnerstag, den 28.01.2010, 11.30 Uhr.

#### Aufgabe 45

Es soll der sogenannte hyperbolische Sinus untersucht werden, also

$$\sinh : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

- Bestimmen Sie die Ableitung von  $\sinh$ .
- Zeigen Sie, daß  $\sinh$  auf  $\mathbb{R}$  streng monoton wachsend ist und den Wertebereich  $\mathbb{R}$  besitzt.
- Bestimmen Sie Definitions- und Wertebereich der Umkehrfunktion  $\operatorname{Arsinh} := \sinh^{-1}$  und berechnen Sie die Ableitung.
- Skizzieren Sie die Schaubilder von  $\sinh$  und  $\operatorname{Arsinh}$ .
- Zeigen Sie  $\operatorname{Arsinh} x = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ .

#### Aufgabe 46 (K)

- (1) Es sei  $n \in \mathbb{N}_0$ ,  $f \in C^{n+1}(\mathbb{R})$  und  $x_0 \in \mathbb{R}$ . Zeigen Sie, daß eine Funktion  $r : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  existiert mit

$$f(x_0 + h) = \sum_{k=0}^{n+1} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} h^k + r(h)$$

für alle  $h \in \mathbb{R}$  und  $\frac{r(h)}{h^{n+1}} \rightarrow 0$  für  $h \rightarrow 0$ .

- (2) Es sei  $f \in C^1(\mathbb{R})$  derart, daß  $f'$  differenzierbar ist. Zeigen Sie: Sind  $f$  und  $f''$  beschränkt, so ist auch  $f'$  beschränkt.

*Hinweis für beide Teilaufgaben: Satz von Taylor.*

#### Aufgabe 47

Definiere

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} e^{-1/x^2} & \text{falls } x \neq 0, \\ 0 & \text{falls } x = 0. \end{cases}$$

Zeigen Sie, daß  $f \in C^\infty(\mathbb{R})$  ist und berechnen Sie die Taylorreihe von  $f$  in 0. Zeigen Sie, daß die Taylorreihe auf ganz  $\mathbb{R}$  konvergiert. Gibt es eine Umgebung von 0, in der die Funktion  $f$  durch ihre Taylorreihe in 0 dargestellt wird?

## Aufgabe 48 (K)

Es sei  $f \in C^2([0, 1])$  mit  $f(0) = 0 = f(1)$  und  $f''(x) = e^x f(x)$  für alle  $x \in [0, 1]$ . Zeigen Sie, daß dann  $f(x) = 0$  für alle  $x \in [0, 1]$  ist.

*Hinweis: Nehmen Sie an, daß  $f$  nicht konstant ist.*

---

### Anmeldung zur *Scheinklausur* (Analysis 1)

- Wenn Sie an der SCHEINKLAUSUR teilnehmen möchten, müssen Sie sich hierfür *unabhängig von der Anmeldung zum Übungsschein im QISPOS* bei Frau Basmer, Zimmer 3A-05.1 im Allianzgebäude anmelden. Beachten Sie hierfür bitte den

**Anmeldeschuß für die Scheinklausur: 22. Januar 2010.**

Weitere Informationen zur Scheinklausur finden Sie im [ILIAS-System](#).

### Anmeldung zum *Übungsschein* (Analysis 1) für Studierende der *Mathematik und Informatik* (Bachelor)

- Für den ÜBUNGSSCHEIN Analysis 1 können sich Studierende der Mathematik oder Informatik auf Bachelor (nicht Lehramt) ab sofort über QISPOS (Selbstbedienungsfunktion für Studierende) anmelden. Die Anmeldung über das QISPOS-System ist aus verwaltungstechnischen Gründen in jedem Fall notwendig und führt zu keinerlei Nachteilen, falls der Übungsschein nicht erlangt werden sollte. Beachten Sie hierfür bitte den

**Anmeldeschuß für den Übungsschein: 13. Februar 2010.**

### Anmeldung zur *Bachelor-Modulprüfung* (Analysis 1) für Studierende der *Physik*

- Studierende der PHYSIK können bereits im Anschluß an das erste Semester die Bachelor-Modulprüfung am Mittwoch, den 17. März 2010, 8-10 Uhr, für das Fach Analysis 1 ablegen. In diesem Fall ist eine Anmeldung über QISPOS (Selbstbedienungsfunktion für Studierende) erforderlich. Beachten Sie hierfür bitte den

**Anmeldeschuß für die Bachelor-Modulprüfung: 3. März 2010.**

Alle Informationen zur BACHELOR-MODULPRÜFUNG finden Sie auch unter

<http://www.math.kit.edu/iana3/~schmoeger/seite/termin/de>

Link zum QISPOS: <https://studium.kit.edu/>