5. Übungsblatt zur Vorlesung Analysis II

Lutz Weis, Martin Meyries

Abgabe bis Freitag, 20. Mai 2011, 12 Uhr

In der Vorlesung wurde der Laplace-Operator Δ für eine zweimal stetig partiell differenzierbare Funktion $u : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$\Delta u(x) = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} u(x) + ... + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} u(x), \qquad x \in \mathbb{R}^n.$$

Aufgabe 17 (K):

a) Zeige, dass die Funktion

$$u : (0,\infty) \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}, \qquad u(t,x) = \frac{1}{t^{n/2}} \exp\left(-\frac{|x|_2^2}{4t}\right),$$

die Wärmeleitungsgleichung löst, d.h. $\frac{\partial}{\partial t} u(t,x) = \Delta u(t,x)$ für alle $t > 0$ und $x \in \mathbb{R}^n$.

b) Es seien $c > 0$, $k \in \mathbb{R}^n$ und die Funktion $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei zweimal stetig partiell differenzierbar. Zeige, dass die Funktion

$$w : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}, \qquad w(t,x) = \varphi(k \cdot x - |k|_2 ct),$$

die Wellengleichung löst, d.h. $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} w(t,x) = \Delta w(t,x)$ für alle $t \in \mathbb{R}$ und $x \in \mathbb{R}^n$.

Aufgabe 18: Die Funktionen $f, g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ seien zweimal stetig partiell differenzierbar. Zeige die Formel

$$\Delta(fg) = \Delta f g + 2 \operatorname{grad} f \cdot \operatorname{grad} g + f \Delta g.$$

Aufgabe 19 (K): Zu $\alpha > 0$ betrachten wir die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x) = |x|_2^\alpha$. In welchen Punkten $x \in \mathbb{R}^2$ ist f stetig, partiell differenzierbar bzw. differenzierbar? Bestimme gegebenenfalls $\operatorname{grad} f(x)$.

Aufgabe 20: Die stetig partiell differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^n \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ sei homogen von Grade $\alpha \in \mathbb{R}$, d.h.

$$f(\lambda x) = \lambda^\alpha f(x) \qquad \text{für alle } \lambda > 0,\ x \neq 0.$$

Zeige, dass die Eulersche Identität $x \cdot \operatorname{grad} f(x) = \alpha f(x)$ für alle $x \neq 0$ gilt.

Anmeldung zum Übungsschein Analysis II

Wozu benötigt man überhaupt einen Schein?
Um sich daran orientieren zu können, ob man vernünftig mitgearbeitet hat oder nicht. Je nach Studiengang benötigt man den Schein auch als Vorleistung zur Zulassung zur Bachelor-Modulprüfung/Zwischenprüfung Analysis I/II. Dazu sei auf die jeweilige Prüfungsordnung verwiesen.

Wird der Schein benotet?
Nein. Falls man jedoch noch nach einer Studienordnung studiert, in der ein benoteter Schein notwendig ist, sollte man sich frühzeitig bei `martin.meyries@kit.edu` melden.

Wer muss sich für einen Schein anmelden?
Studierende der Mathematik und Informatik.

Wo und bis wann kann man sich anmelden?
Wie in Analysis I über QISPOS. Der Anmeldeschluss ist **Freitag, 15. Juli 2011**.

Was passiert, wenn man sich angemeldet hat und die Scheinkriterien erfüllt?
Dann wird das im QISPOS so verbucht. Man erhält keinen Schein in Papierform.

Ist es schlimm, wenn ich mich über QISPOS angemeldet habe, die Scheinkriterien aber nicht erfülle?
Nein. Dann passiert einfach nichts.

Wer muss sich für einen Schein NICHT anmelden?
Alle anderen Studierenden, also z.B. der Physik und des Lehramts.

Wie bekomme ich einen Schein, obwohl ich mich nicht anmelden musste?
Sind die Scheinkriterien erfüllt, stellt das Sekretariat von Prof. Weis den Schein in Papierform nach Ende der Vorlesungszeit aus, den man dann abholen kann.