

6. Übungsblatt zur Vorlesung Analysis II

Lutz Weis, Martin Meyries

Abgabe bis Freitag, 27. Mai 2011, 12 Uhr

— Korrigierte Version —

Aufgabe 21: Die Funktionen $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ und $g : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ seien zweimal partiell differenzierbar. Drücke die zweiten partiellen Ableitungen von

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (g \circ f)(x), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad i, j \in \{1, \dots, n\},$$

durch die partiellen Ableitungen von g und f aus.

Aufgabe 22 (K):

- a) Die Funktion $f : \mathbb{R}^{n^2} = \mathbb{R}^n \times \dots \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ sei n -multilinear, d.h. es gilt für alle $i \in \{1, \dots, n\}$, alle $x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n, v, w \in \mathbb{R}^n$ und alle $\lambda \in \mathbb{R}$, dass

$$\begin{aligned} f(x_1, \dots, x_{i-1}, \lambda v + w, x_{i+1}, \dots, x_n) \\ = \lambda f(x_1, \dots, x_{i-1}, v, x_{i+1}, \dots, x_n) + f(x_1, \dots, x_{i-1}, w, x_{i+1}, \dots, x_n). \end{aligned}$$

Zeige, dass f differenzierbar ist, und bestimme die Ableitungsfunktion f' .

- b) Folgere, dass die Determinante $\det : \mathbb{R}^{n^2} \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar ist, und bestimme \det' .

Aufgabe 23 (K):

- a) Betrachte für fest gegebene $v_1, \dots, v_N \in \mathbb{R}^n$ die Abbildung

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sum_{j=1}^N |x - v_j|_2^2.$$

Zeige, dass f genau ein striktes globales Minimum $x_0 \in \mathbb{R}^n$ besitzt, und bestimme x_0 .

- b) Bestimme die kritischen Punkte der Funktion

$$g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x, y) = (2y + x^2) \exp\left(-\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2}\right).$$

Untersuche, welche dieser Punkte strikte lokale oder globale Minima oder Maxima sind.

Aufgabe 24: Bestimme die Taylorentwicklung zweiten Grades am Entwicklungspunkt $(0, 0, 0)$ für die Funktion

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y, z) = e^{3y+z} \sin x.$$

Hinweise zum 1. Test

Der 1. Test findet statt am

**Freitag, den 27. Mai, von 14 - 14:45 Uhr,
im Gerthsen-Hörsaal (Gebäude 30.21).**

Relevant sind die Themen der

Übungsblätter 1-5.

Außer Schreibzeug und Schmierpapier sind keine weiteren Hilfsmittel zugelassen.

Verlegung der Übung

Die Übung am 27. Mai wird vorverlegt auf

**Donnerstag, den 26. Mai, von 17:30 - 19 Uhr,
in den Hörsaal Neue Chemie (Gebäude 30.46).**