

## 10. Übungsblatt zur Vorlesung Analysis II

Lutz Weis, Martin Meyries

Abgabe bis Freitag, 24. Juni 2011, 12 Uhr

### Aufgabe 37 (K):

- a) Die Funktion  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  sei holomorph und nicht konstant. Zeige, dass das Bild  $f(\mathbb{C})$  dicht in  $\mathbb{C}$  liegt, d.h. zu jedem  $w \in \mathbb{C}$  und jedem  $\varepsilon > 0$  gibt es ein  $z \in \mathbb{C}$  mit  $|f(z) - w| < \varepsilon$ .
- b) Zeige den *Fundamentalsatz der Algebra*: Jedes nicht konstante Polynom

$$P(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0, \quad a_n, \dots, a_0 \in \mathbb{C}, \quad n \in \mathbb{N},$$

besitzt mindestens eine Nullstelle  $z_0 \in \mathbb{C}$ .

### Aufgabe 38:

Gibt es eine holomorphe Funktion  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  mit der Eigenschaft

$$f(1/n) = f(-1/n) = \sin(1/n) \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N} ?$$

### Aufgabe 39:

Entwickle die folgenden Funktionen in eine Potenzreihe um den angegebenen Entwicklungspunkt  $z_0$ .

- a)  $f_1(z) = \frac{z^2+1}{z-i}$ ,  $z_0 = 0$ ;
- b)  $f_2(z) = \frac{z^2+2}{z-i}$ ,  $z_0 = 0$ ;
- c)  $f_3(z) = \frac{z+3}{(z-1)(z-4)}$ ,  $z_0 = 2$ ;
- d)  $f_4(z) = e^z \sin z$ ,  $z_0 = 0$ .

### Aufgabe 40 (K):

Berechne den Wert der folgenden Kurvenintegrale.

- a)  $\int_{|z|=3} \frac{e^z}{z^2 + 2z} dz$ ;
- b)  $\int_{|z|=2} \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz$ ;
- c)  $\int_{|z|=4} \frac{ze^{iz}}{(z-\pi)^3} dz$ ;
- d)  $\int_{|z-2|=3} \frac{e^{i \cos z} \sin(z^4 + 1) - z}{(z-7)^{2011}} dz$ .

# Erinnerung: Anmeldung zum Übungsschein und zur Modulklausur/Zwischenprüfung

Bitte beachtet nochmals die Hinweise auf den Übungsblättern 5 und 8. Der Anmeldeschluss für den Übungsschein Analysis II ist

**Freitag, der 15. Juli.**

Alle Studierenden, die an der Modulklausur bzw. Zwischenprüfung teilnehmen möchten, müssen sich bis zum

**Freitag, den 29. Juli,**

dafür anmelden. Danach ist jeweils keine Anmeldung mehr möglich!

**USTA UNI KARLSRUHE**

**UNIFEST**

**25. Juni 2011**

**3 BÜHNEN**

**3 FLOORS**

**LOUNGE**

Helfer werden und kostenlosen  
Eintritt sowie Freibons bekommen:

**[WWW.USTA.DE/UNIFEST](http://WWW.USTA.DE/UNIFEST)**

