KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE (KIT)
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Dr. Christoph Schmoeger
Dr. Alexander Ullmann

WS 2010/11
04.02.2011

Analysis III

14. Übungsblatt

Abgabe: bis Freitag, den 11.02.2011, 11.30 Uhr.

Aufgabe 59 (K)

(1) Bestimmen Sie die komplexe und die reelle Fourierreihe zur Funktion

$$f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}, t \mapsto e^t.$$

(2) Berechnen Sie die reellen Fourierreihen zu den durch

$$f(t) := |\cos(\tfrac{1}{2}(t-\pi))| \qquad \text{und} \qquad g(t) := |\sin(t-\pi)| \qquad \text{für alle } t \in [0, 2\pi]$$

definierten Funktionen $f, g : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$.

Aufgabe 60

a) Es sei $r > 1$ und $c_k := r^{-|k|}$ für alle $k \in \mathbb{Z}$. Geben Sie eine stetige Funktion $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ mit $f(0) = f(2\pi)$ an, welche die $c_k, k \in \mathbb{Z}$ als Fourierkoeffizienten besitzt.

b) Es sei $r \in (0, 1/2]$ und $c_k := |k|^{-r}$ für alle $k \in \mathbb{Z}$. Gibt es eine Funktion $f \in \mathcal{L}^2([0, 2\pi], \mathbb{R})$, welche die $c_k, k \in \mathbb{Z}$ als Fourierkoeffizienten besitzt?

Aufgabe 61

Es sei $\mathbb{A} := \left\{ f \in C([0, 2\pi], \mathbb{C}) \mid \sum_{k\in\mathbb{Z}} |\widehat{f}(k)| < +\infty \right\}$, wobei $\widehat{f}(k) := (f \mid b_k)$ für alle $k \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie: Sind $f, g \in \mathbb{A}$, so ist auch $f \cdot g \in \mathbb{A}$, und für alle $k \in \mathbb{Z}$ gilt

$$\widehat{(fg)}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n\in\mathbb{Z}} \widehat{f}(n) \cdot \widehat{g}(k-n).$$

Aufgabe 62 (K)

Berechnen Sie die Fourierreihe von

$$f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}, t \mapsto \begin{cases} \pi^2 - t^2 & \text{falls } t \in [0, \pi] \\ f(2\pi - t) & \text{falls } t \in (\pi, 2\pi] \end{cases}$$

Bestimmen Sie hiermit den Wert der Reihen $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{1}{k^2}$ und $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4}$.

Aufgabe 63

Entwickeln Sie die Funktion $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}, t \mapsto t - \frac{\pi}{2}$ in eine

a) Cosinusreihe, **b)** Sinusreihe.

Hinweis: Sie müssen dabei die Funktion f jeweils unterschiedlich auf $[0, 2\pi]$ fortsetzen.

Prüfungsankündigung *Bachelor-Modulprüfung/Zwischenprüfung/Diplomvorprüfung* Analysis 1/2 und Analysis 3

Die Abschlußklausur zur Analysis 1/2 (Bachelor-Modulprüfung/Zwischenprüfung/Diplomvorprüfung) findet statt am

Mittwoch, den 23. März 2011, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2),

und die Abschlußklausur zur Analysis 3 (Bachelor-Modulprüfung/Diplomvorprüfung) findet statt am

Donnerstag, den 24. März 2011, 14-16 Uhr.

- Studierende der Physik, Mathematik und Informatik, die die Bachelor-Modulprüfung (Abschlußklausur) ablegen möchten, müssen sich über QISPOS (Selbstbedienungsfunktion für Studierende) dazu anmelden.
- Diplomstudierende der Physik und Informatik sowie Studierende auf Lehramt melden sich in Zimmer 3A-26.1 (Allianzgebäude) bei Frau Ewald an (dazu ist die Zulassung vom Prüfungsamt (Studienbüro) mitzubringen).
- Diplommathematiker melden sich an in Zimmer 4B-01 (Allianzgebäude) bei Dr. Kühnlein,
- Diplom-Wirtschaftsmathematiker melden sich an in Zimmer 3C-08 (Allianzgebäude) bei Dr. Neher,
- Diplom-Technomathematiker melden sich an in Zimmer 4C-21 (Allianzgebäude) bei Dr. Hettlich.

Beachten Sie bitte in jedem Fall den

Anmeldeschluß für die Abschlußklausuren (Analysis 1/2, Analysis 3): 23. Februar 2011.

Alle Informationen zur Bachelor-Modulprüfung/Zwischenprüfung/Diplomvorprüfung Analysis 1/2 und Analysis 3 finden Sie auch unter

http://www.math.kit.edu/iana3/~schmoeger/seite/termin/de

Link zum QISPOS: https://studium.kit.edu/

Übungsschein Analysis 3

Für den *Übungsschein* zur Analysis 3 ist keine Anmeldung erforderlich. Im Falle des Erlangens wird der Übungsschein im Anschluß an die Vorlesungszeit in Papierform ausgestellt.