KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE (KIT) SS 2017
Institut für Analysis 22. Juni 2017
Prof. Dr. Lutz Weis
M.Sc. Luca Hornung

Analysis für das Lehramt
4. Übungsblatt

Aufgabe 10

Bestimme Art und Lage sämtlicher isolierter Singularitäten der Funktion f.

a) $f(z) = \frac{z}{z^2-z-12}$.

b) $f(z) = \frac{\sin(z)-z}{z^3}$.

c) $f(z) = \frac{e^{\frac{1}{z}}}{(z-1)^2}$.

Aufgabe 11

Berechne den Wert der folgenden Kurvenintegrale.

a) $\int_\gamma \frac{e^z}{z^2+2z}\,\mathrm{dz}, \quad \gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{C}, \gamma(t) = 3e^{it}$.

b) $\int_\gamma \frac{e^{2z}}{(z+1)^4}\,\mathrm{dz}, \quad \gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{C}, \gamma(t) = 2e^{it}$.

c) $\int_\gamma \frac{ze^{iz}}{(z-\pi)^3}\,\mathrm{dz}, \quad \gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{C}, \gamma(t) = 4e^{it}$.

d) $\int_\gamma \frac{e^{i\cos(z)} sin(z^4+1)-z}{(z-7)^{2017}}\,\mathrm{dz}, \quad \gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{C}, \gamma(t) = 2+3e^{it}$.

Aufgabe 12

Es sei $f \in C^\infty(\mathbb{R})$ eine nichttriviale Funktion ($f \neq 0$) mit kompaktem Träger, d.h. es gibt eine kompakte Menge $K \subset \mathbb{R}$ derart, dass $f(x) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R} \setminus K$ gilt. Sei nun $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ eine Funktion mit $g(x) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeige, dass g nicht auf $\mathbb{C}$ holomorph ist.

Aufgabe 13

Berechne den Wert der Integrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^2+1}{t^4+1}\,\mathrm{dt} \quad \text{und} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\pi t}}{t^2+2t+2}\,\mathrm{dt}$$

mit Hilfe des Residuensatzes.