

Analysis für das Lehramt
6. Übungsblatt

Aufgabe 16

Zeige, dass die folgenden Anfangswertprobleme für jeden Anfangswert $\xi = (\xi_1, \xi_2) \in \mathbb{R}^2$ eine eindeutige global existierende Lösung haben.

a) $y_1'(t) = -t^2 y_1(t) + \sin(t) y_2(t)$, $y_2'(t) = e^t y_1(t) + 3t y_2(t)$, $y_1(0) = \xi_1$, $y_2(0) = \xi_2$.

b) $y_1'(t) = \sin(y_1(t)) + e^{-y_2(t)^2}$, $y_2'(t) = \cos(y_1(t)) + 3t y_2(t)$, $y_1(0) = \xi_1$, $y_2(0) = \xi_2$.

Aufgabe 17

Bestimme durch Trennung der Variablen die explizite Lösung der folgenden Anfangswertprobleme. Ermittle daraus die maximale Existenzzeiten t_- und t_+ .

a) $y'(t) = e^{2t} \sqrt{1 + y(t)^{-2}}$, $y(0) = 1$.

b) $y'(t) = a y(t)^\alpha$, $y(0) = \xi$ mit $a, \xi > 0$ und $\alpha > 1$.

Aufgabe 18

Bestimme die Lösung der folgenden Differentialgleichungen.

a) $y'(t) = 2t y(t) + t$, $y(0) = 1$,

b) $y'(t) = -\cos(t) y(t) + \sin(t) \cos(t)$, $y(0) = 1$.