

Analysis für das Lehramt 2. Übungsblatt

Aufgabe 4

Seien $z, w \in \mathbb{C}$ und $\cosh(z) := \frac{e^z + e^{-z}}{2}$, sowie $\sinh(z) := \frac{e^z - e^{-z}}{2}$. Zeige die folgenden Aussagen.

- $\sinh(z + w) = \sinh(z) \cosh(w) + \sinh(w) \cosh(z)$.
- $\cosh(z)^2 - \sinh(z)^2 = 1$.
- $\cosh : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ist holomorph und es gilt $\cosh'(z) = \sinh(z)$ für alle $z \in \mathbb{C}$.
- $\sinh : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ist holomorph und es gilt $\sinh'(z) = \cosh(z)$ für alle $z \in \mathbb{C}$.

Aufgabe 5

Die Funktion $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ sei holomorph. Zeige, dass jede der folgenden Aussagen impliziert, dass f konstant ist.

- $\operatorname{Im}(f)$ ist konstant.
- $|f|$ ist konstant.
- Es sei $f(z) \neq 0$ für alle $z \in \mathbb{C}$ und $z \mapsto \arg(z) \in (-\pi, \pi)$ ist konstant.

Aufgabe 6

Skizziere die Menge $\{x + iy \in \mathbb{C} : x > 1, y > 0\}$ in der komplexen Zahlenebene. Finde das Bild dieser Menge unter der Abbildung $T(z) = 1/z$ und skizziere es ebenfalls.