In der Übung blieb offen, warum die milde Lösung eine integrierte Lösung ist, was in Aufgabe 30 a) entscheidend ist. Wir zeigen dies zumindest im Fall einer Nichtlinearität F mit globaler Lipschitz-Bedingung. Sei dazu $u \in C([0,T],X)$ die milde Lösung und $(u_k)_{k\in\mathbb{N}}$ die Fixpunktiteration, d.h.

$$u_1(t) = T(t)u_0, \qquad u_{k+1}(t) = u_1(t) + \int_0^t T(t-s)F(u_k(s))ds, \qquad t \in [0,T]$$

und $u_k \to u$ für $k \to \infty$ in $C([0,T],X)$. Wegen $F \circ u_k \in C([0,T],X)$ und der Theorie inhomogener Cauchy-Probleme folgt $\int_0^t u_{k+1}(s)ds \in D(A)$ und

$$u_{k+1}(t) = u_0 + A\int_0^t u_{k+1}(s)ds + \int_0^t F(u_k(s))ds, \qquad k \in \mathbb{N}, \quad t \in [0,T].$$

Ein Grenzübergang in dieser Gleichung liefert

$$\begin{aligned} \int_0^t u_{k+1}(s)ds \to& \int_0^t u(s)ds, \quad k \to \infty \\ A\int_0^t u_{k+1}(s)ds \to& u(t) - u_0 - \int_0^t F(u(s))ds, \quad k \to \infty \end{aligned}$$

und somit $\int_0^t u(s)ds \in D(A)$ mit

$$A\int_0^t u(s)ds = u(t) - u_0 - \int_0^t F(u(s))ds,$$

da A abgeschlossen ist. Also ist u integrierte Lösung. Für eine Nichtlinearität mit lokaler Lipschitz-Bedingung kann man wieder die Retraktionsabbildung verwenden.
Im Sinne der Klarheit ist es besser, in allen Aufgaben integriert durch mild zu ersetzen und in 30 a) den obigen Beweis voranzustellen.