

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung Physik

12. Übungsblatt

Aufgabe 65:

Bestimmen Sie die maximale Lösung der folgenden Anfangswertprobleme:

(a) $u'(t) = e^{u(t)} \sin(t) \quad t_0 = 0, u(t_0) = u_0 = -\log(3)$

(b) $u'(t) = 2t \cdot u(t) + t \quad t_0 = 0, u(t_0) = u_0 = \frac{1}{2}$

Aufgabe 66:

Bestimmen Sie die maximale Lösung der folgenden Anfangswertprobleme:

(a) $u'(t) = te^{-t}u^2(t) \quad t_0 = 0, u(t_0) = u_0 = 1$

(b) $u'(t) = \left(t + \frac{2}{1+t^2}\right)u(t) \quad t_0 = 0, u(t_0) = u_0 = 1$

Aufgabe 67:

Bestimmen Sie die maximale Lösung der folgenden Anfangswertprobleme:

(a) $u'(t) = -\frac{t^2}{u^3(t)}, \quad t_0 = 0, u(t_0) = u_0 = \sqrt{2}$

(b) $u'(t) = \frac{t-4tu(t)}{1+t^2}, \quad t_0 = 0, u(t_0) = u_0 = 1$

Aufgabe 68:

Bestimmen Sie die maximale Lösung des folgenden Anfangswertproblems:

$$u'(t) = \frac{1+t}{3u^2(t)} + u \quad t_0 = 0, u(t_0) = u_0 = \sqrt[3]{\frac{e^3}{9} + \frac{4}{9}}$$

Hinweis: Versuchen Sie die Substitution $w(t) = u^3(t)$.

Aufgabe 69:

Bestimmen Sie sämtliche Lösungen des folgenden Anfangswertproblems:

$$u'(t) = t\sqrt{1-u(t)^2}, \quad t_0 = 0, u(t_0) = u_0 \in [-1, 1]$$

Für welche u_0 ist es eindeutig lösbar?

Hinweis: In der großen Saalübung werden voraussichtlich die Aufgaben 65, 67 und 69 besprochen. Die restlichen Aufgaben werden in den Tutorien behandelt.