

HÖHERE MATHEMATIK FÜR DIE FACHRICHTUNG PHYSIK

15. ÜBUNGSBLATT

AUFGABE 85 (ÜBUNG)

Es seien $n \in \mathbb{N}$ und $\phi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto \sum_{k=1}^n kx_k$ eine Abbildung.

- Zeigen Sie, dass ϕ linear ist.
- Bestimmen Sie eine Basis von Kern ϕ und eine Basis von Bild ϕ .
- Für welche n ist ϕ injektiv?

AUFGABE 86 (ÜBUNG)

a) Die lineare Abbildung $\phi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ sei gegeben durch

$$\phi(e_3) = 2e_1 + 3e_2 + 5e_3, \quad \phi(e_2 + e_3) = e_1, \quad \phi(e_1 + e_2 + e_3) = e_2 - e_3.$$

Bestimmen Sie die Abbildungsmatrizen A_B^B und $A_{B'}^B$ von ϕ bezüglich der Standardbasis B des \mathbb{R}^3 sowie bezüglich der Basis $B' = \{e_3, e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_3\}$.

b) Die lineare Abbildung $P: \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$ sei gegeben durch $P(A) = \frac{1}{2}(A + A^T)$ (siehe **AUFGABE 83**). Geben Sie die Abbildungsmatrix A_B^B von P bezüglich der Basis $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ an.

AUFGABE 87 (ÜBUNG)

In $\mathbb{R}^{4 \times 4}$ bzw. $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ seien die folgenden Matrizen gegeben.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -1 \\ -5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Überprüfen Sie, ob diese Matrizen regulär sind. Berechnen Sie, wenn möglich, A^{-1} , B^{-1} , C^{-1} und $(AB)^{-1}$.

Erinnerung

- Die **Modulprüfung** findet am **07.03.2016** von **8 bis 10 Uhr** statt. Anmeldeschluss ist der **13.02.2016**.
- Die **Anmeldung zur Prüfung** funktioniert über <https://campus.studium.kit.edu/exams/registration.php>.
- Die **Hörsaalverteilung** ist ab dem **19.02.2016** auf der Webseite der Vorlesung verfügbar.
- Als **Hilfsmittel** zugelassen sind zwei beidseitig handbeschriebene DIN-A4-Blätter
- Die **Einsicht** findet am **28.04.2016** von **16 bis 18 Uhr** im **Hörsaal am Fasanengarten** (Geb. 50.35) statt.