

Höhere Mathematik für die Fachrichtung Physik

12. Übungsblatt

Aufgabe 1 (Wahr oder falsch?)

Seien $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ und $g: (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch?

a) $\square \square \lim_{x \rightarrow \infty} |f(x)| = 0 \Rightarrow \int_0^{\infty} f(x) dx$ konvergiert.

b) $\square \square \int_0^{\infty} f(x) dx$ konvergiert $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} |f(x)| = 0$.

c) $\square \square \int_0^1 g(x)^2 dx$ konvergiert $\Rightarrow \int_0^1 g(x) dx$ konvergiert.

d) $\square \square \int_0^1 g(x) dx$ konvergiert $\Rightarrow \int_0^1 g(x)^2 dx$ konvergiert.

Aufgabe 2

Seien $\gamma, \omega_0 > 0$ mit $\omega_0 > \gamma$. Bestimmen Sie jeweils die maximale Lösung der folgenden Anfangswertprobleme.

a) $y''(x) + 2\gamma y'(x) + \omega_0^2 y(x) = \sin(\omega_0 x), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$

b) $y''(x) + 2y'(x) + y(x) = e^{2x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$

c) $y''(x) - 2y'(x) + 2y(x) = e^x \cos(x), \quad y(\frac{\pi}{2}) = 0, \quad y'(\frac{\pi}{2}) = 0.$

Aufgabe 3

Seien $s \in (-\infty, 0)$ und $x \in \mathbb{R}$. Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Wert

a) $\int_0^{\infty} e^{st} \cos(tx) dt,$

c) $\int_{-\infty}^3 \frac{e^{2t}}{1 + e^t} dt,$

b) $\int_0^{\infty} \frac{t \log(t)}{\sinh(t) - t} dt,$

d) $\int_{-1}^1 \log(|t|) dt.$

Aufgabe 4

Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz.

a) $\int_0^1 \frac{1}{2\sqrt{t} - t^2} dt,$

c) $\int_0^1 (\log(t))^4 dt,$

b) $\int_0^{\infty} e^{-t} \log(1 + t) dt,$

d) $\int_0^{\frac{1}{\pi}} \sin\left(\frac{1}{t}\right) dt.$

Aufgabe 5

Untersuchen Sie die folgenden Reihe auf Konvergenz durch Vergleich mit einem Integral.

a) $\sum_{k=3}^{\infty} \frac{(\log k)^2}{k^{\log \log k}},$

b) $\sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{(\log k)^{\log k}}.$

Aufgabe 6

Sei $s \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Wir betrachten das uneigentliche Integral

$$I_s := \int_0^{\infty} \frac{1}{x^s + x^{1/s}} dx.$$

Bestimmen Sie alle s , für die I_s konvergiert.

Aufgabe 7

Es sei $\lambda > 0$. Zeigen Sie, dass für jedes $n \in \mathbb{N}_0$ das uneigentliche Integral

$$I_n(\lambda) := \int_0^{\infty} x^n e^{-\lambda x} dx$$

konvergiert und berechnen Sie $I_n(\lambda)$.

Probeklausur

Am **28. Januar 2020** von **17:30–19 Uhr** findet eine Probeklausur im **Gerthsen-Hörsaal** ([Geb. 30.21](#)) statt. Bitte geben Sie bis zum 26.1.2020 unter

<https://terminplaner4.dfn.de/KUUiertA10tNz9jK>

bekannt, ob Sie an der Probeklausur teilnehmen werden.

Modulprüfung

Die Klausur *Höhere Mathematik I für die Fachrichtung Physik* findet am **20. Februar 2020** von **11–13 Uhr** statt. Die Anmeldung ist ab sofort im [Campus Management Portal](#) möglich. Der **Anmeldeschluss** ist am **9. Februar 2020**. Die **Hörsaalverteilung** wird ab 13. Februar 2020 durch Aushang am Brett neben dem Zimmer 2.027 ([Geb. 20.30](#)) bekanntgegeben.