

Übungsklausur
Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben sei die symmetrische Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

- a) Bestimmen Sie eine orthogonale Matrix $S \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ so, dass $S^{-1}AS$ Diagonalgestalt hat. Geben Sie S^{-1} und $S^{-1}AS$ an.
- b) Ermitteln Sie alle $x \in \mathbb{R}^3$, die das lineare Gleichungssystem $Ax = x$ lösen.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Berechnen Sie die allgemeine Lösung $y = y(x)$ der Differentialgleichung

$$y''' - 3y'' + 7y' - 5y = 2e^x.$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

- a) Die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ist definiert durch

$$f(x, y) = x + xy.$$

Begründen Sie, dass f auf der Menge

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$$

Maximum und Minimum annimmt, und berechnen Sie diese.

- b) Hat die Funktion

$$g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x, y) = x^2 + xy,$$

in \mathbb{R}^2 ein lokales Extremum?

Aufgabe 4 (10 Punkte)

a) Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{v}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} y^2 + 2xz \\ z^2 + 2xy \\ x^2 + 2yz \end{pmatrix}$$

und die Kurve

$$\gamma: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^3, \gamma(t) = \begin{pmatrix} \cos(2t) \\ \sin(2t) \\ t^{2009} \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} \vec{v} \cdot d\vec{s}.$$

b) Nun seien

$$\vec{v}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} e^x - y \\ x \end{pmatrix}$$

und

$$\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, \gamma(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie

$$\oint_{\gamma} \vec{v} \cdot d\vec{s}.$$

Viel Erfolg!

Nach der Klausur: Die korrigierten Übungsklausuren können ab Montag, den 29.06.2009, im Sekretariat (Zimmer 3B-02, Allianzgebäude) abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am Donnerstag, den 02.07.2009, von 13.15 Uhr bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 (Mathematikgebäude) möglich.