

5. Übungsblatt

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Abgabe: bis Freitag, den 23.05.2008, 11.30 Uhr, neben Raum 305

Aufgabe 17 (K)

Bestimmen Sie jeweils die Darstellung von $f(x_0+h)$, die der Satz von Taylor für zweimal stetig partiell differenzierbare Funktionen liefert.

a) $f(x, y) = \arctan(xy)$, $x_0 = (1, 1)$ b) $f(x, y, z) = xe^z - y^2$, $x_0 = (1, -1, 0)$

Aufgabe 18

(1) Definiere $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto y^2 - 3x^2y + x^4$.

- a) Berechnen Sie $f'(0, 0)$ und $H_f(0, 0)$.
- b) Zeigen Sie, daß f auf allen Ursprungsgeraden ein Minimum in $(0, 0)$ besitzt, das heißt: Für jedes $a \in \mathbb{R}^2$ besitzt die Funktion $\varphi_a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $t \mapsto f(ta)$ ein lokales Minimum in 0.
- c) Besitzt die Funktion f in $(0, 0)$ ein lokales Minimum? (Hinweis: Betrachten Sie Punkte $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ mit $y = x^2$).

(2) Es seien $m \in \mathbb{N}$ und $a_1, a_2, \dots, a_m \in \mathbb{R}^n$. Definiere

$$g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sum_{k=1}^m \|x - a_k\|^2.$$

Zeigen Sie, daß g ein globales Minimum besitzt, und berechnen Sie die Stelle, an der es angenommen wird.

Aufgabe 19 (K)

Bestimmen Sie alle Stellen lokaler Extrema der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, und entscheiden Sie, ob es sich dabei um Maxima oder Minima handelt.

a) $f(x, y) = (x^2 + 2y^2)e^{-(x^2+y^2)}$, b) $f(x, y) = x^4 + y^4 + 4xy - 2x^2 - 2y^2$.

Aufgabe 20

Es sei $D = [0, 5] \times [0, 5] \subset \mathbb{R}^2$ und $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y) = x^2y - 4xy + 4y - 2x^2 - 2.$$

Zeigen Sie, daß f auf D Maximum und Minimum besitzt, und bestimmen Sie diese.

Prüfungsankündigung

im Fach ANALYSIS

- Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Herbst 2008:

Termin der obigen Prüfung:

- **Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik:**
Dienstag, 16. September 2008, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2).

Anmeldungen:

- Informatiker, Physiker und Lehramtskandidaten in Zimmer 305 (Fr. Ewald, Fr. Schreiber-Schmoeger) (Zur Anmeldung ist die Zulassung vom Prüfungsamt (im Studienbüro, Gebäude 10.12) mitzubringen!)

Anmeldeschluss:

- **Mittwoch, 30. Juli 2008**

Hörsaaleinteilung:

- Die Hörsaaleinteilung wird rechtzeitig bekannt gegeben!