

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Physik

09. Übungsblatt

Aufgabe 44:

Es sei $0 < r < R$. Berechnen Sie die Oberfläche des Rotationstoruses

$$\mathbb{T}_r^R = \{((R + r \cos(\vartheta)) \cos(\varphi), (R + r \cos(\vartheta)) \sin(\varphi), r \sin(\vartheta)) : \varphi, \vartheta \in [0, 2\pi)\}.$$

Aufgabe 45:

Es sei $\alpha \in \mathbb{R}$, $R > 0$ und $n \in \{2, 3\}$. Berechnen Sie das Integral

$$\int_{\mathbb{R}^n \setminus K(\vec{0}, R)} \|\vec{x}\|^\alpha d\vec{x}.$$

Aufgabe 46:

Berechnen Sie jeweils das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} f(\vec{x}) \cdot d\vec{s}.$$

(a) $f(\vec{x}) = (e^{xy}, xy)$, $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t))$

(b) $f(\vec{x}) = (2xy, x^2 + y^2)$, $\gamma : [0, \frac{19}{4}\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = \frac{4\sqrt{2}t}{19\pi} \begin{pmatrix} \cos(t) \\ 2 \sin(t) \end{pmatrix}$

Aufgabe 47:

Berechnen Sie jeweils das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} f(\vec{x}) \cdot d\vec{s}.$$

(a) $f(\vec{x}) = e^{-xz}(2x - x^2z - 5zy^3, 15y^2, -x^3 - 5xy^3)$, $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\gamma(t) = (t^3, t^2 - t, \sin(\pi t))$

(b) $f(\vec{x}) = (y, -z, x)$, $\gamma : [0, \log(2)] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\gamma(t) = (\sinh(t), \cosh(t), \sinh(t))$

Aufgabe 48:

Es sei D das Dreieck mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(1, 0)$ und $(0, 1)$. Das Vektorfeld $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sei durch

$$f(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 + xy \\ x^2y - y^2 \end{pmatrix}$$

gegeben. Berechnen Sie das Integral $\int_{\partial D} f \cdot d\vec{s}$

(a) direkt und

(b) mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes.

— Bitte wenden! —

Aufgabe 49:

Berechnen Sie das Integral

$$\int_B (xy + yz + zx) d(x, y, z), \quad B = \{(x, y, z) : x, y, z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

(a) direkt und

(b) mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes.

Hinweis: In der großen Saalübung werden voraussichtlich die Aufgaben 44, 46 und 48 besprochen. Die restlichen Aufgaben werden in den Tutorien behandelt.

Erinnerung: Die Modulprüfung (Klausur) findet am Mittwoch, den **24. September 2014** von 08:00 bis 10:00 Uhr statt. Bitte denken Sie daran, sich rechtzeitig im KIT-Campus-Management-für-Studierende-Portal dafür anzumelden. Der Anmeldeschluss ist Freitag, der **18. Juli 2014**. Weitere Informationen finden Sie auf der Homepage der Veranstaltung.