**Def:** $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ symm. pos./neg. (semi-)definit

$$:\Leftrightarrow (Ax|x) > (\geq) / < (\leq)\ 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$$

$$\Leftrightarrow \text{Alle EW von } A \text{ sind } > (\geq) / < (\leq)\ 0$$

A indefinit $:\Leftrightarrow$ A weder pos. noch. neg. ~~definit~~ semidefinit

**Hurwitz:** A pos. def. $\Leftrightarrow \det(A_m) > 0 \ \forall m \in \{1,\dots,n\}$, $A_m = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mm} \end{pmatrix}$

**Def:** Mit $\|a\| := (a|a)^{1/2} = \left(\sum_{j=1}^{n} a_j^2\right)^{1/2}$ $(a = (a_1,\dots,a_n))$

werden alle Begriffe rund um Folgen genauso definiert wie in $\mathbb{R}$ (mit $|\cdot|$), z.B heißt $a^{(k)} = (a_1^{(k)},\dots,a_n^{(k)})$ konvergent gegen $a \in \mathbb{R}^n$

$$:\Leftrightarrow \|a^{(k)} - a\| \longrightarrow 0 \ (k\to\infty) \overset{\text{Satz}}{\Leftrightarrow} a_j^{(k)} \xrightarrow{k\to\infty} a_j \ \forall j \in \{1,\dots,n\}$$

**Def.** $M \subseteq \mathbb{R}^n$ offen $:\Leftrightarrow \forall x_0 \in M\ \exists \delta > 0 : U_\delta(x_0) \subseteq M$

$M \subseteq \mathbb{R}^n$ abgeschlossen $:\Leftrightarrow \mathbb{R}^n \setminus M$ offen $\Leftrightarrow \forall (a^{(k)}) \subseteq M$ mit $a^{(k)} \xrightarrow{k\to\infty} a$ gilt $a \in M$.

$\emptyset \neq D \subseteq \mathbb{R}^n$, $f: D \to \mathbb{R}^m$, dann ex. $f_1,\dots,f_m : D \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = f(x_1,\dots,x_n) = \begin{pmatrix} f_1(x_1,\dots,x_n) \\ \vdots \\ f_m(x_1,\dots,x_n) \end{pmatrix} \quad (x \in D)$$

Ist $x_0$ HP von $D$ ($\exists (x^{(k)}) \subseteq D \setminus \{x_0\}$ mit $x^{(k)} \xrightarrow{k\to\infty} x_0$, dann

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = c \ :\Leftrightarrow \forall (x^{(k)}) \subseteq D \setminus \{x_0\} \text{ mit } x^{(k)} \to x_0 \ (k\to\infty)$$
$$\text{gilt } f(x^{(k)}) \to c \ (k\to\infty)$$

$f$ stetig in $x_0$, falls für jede Folge $(x^{(k)}) \subseteq D$ mit $x^{(k)} \to x_0$ $(k\to\infty)$ gilt, dass $f(x^{(k)}) \to f(x_0)$. $f$ stetig auf $D$ ($f \in C(D,\mathbb{R}^m)$) wenn $f$ stetig in $x$ für jedes $x \in D$.

Stetigkeit von $f$ ist äquivalent zu Stetigkeit aller $f_j$.