

1. Übungsblatt

Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1

In ein Becken mit Salzwasser der Konzentration C_1 (=Salzmenge/Volumen) wird eine kleine Zelle mit Volumen V und Oberfläche F eingetaucht. Die Zelle enthält ebenfalls Salzwasser, jedoch mit geringerer Konzentration C_2 . Über die salzdurchlässige Zellwand dringt nun von außen Salz in die Zelle ein. Der Salzmengenzuwachs in der Zelle kann als proportional zur Zelloberfläche, zur sich zeitlich ändernden Konzentrationsdifferenz und zum Zeitzuwachs angenommen werden. Das Becken ist gegenüber der Zelle so groß, dass die Außenkonzentration C_1 als konstant angenommen werden kann. Beschreibe den Diffusionsprozess durch eine Differentialgleichung für die Salzkonzentration $c(t)$ in der Zelle. Löse diese Differentialgleichung.

Aufgabe 2

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme auf geeigneten Intervallen:

- $y' = 3y + e^{-x}y^2, \quad y(0) = 1,$
- $y' + y^2 - xy - y/x = 0, \quad y(1) = 1,$
- $y' + xy + \frac{1}{2}(xy)^3 = 0, \quad y(0) = \sqrt{2}.$

Aufgabe 3

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen:

- $y' = -\frac{y}{x} + x^2y^2,$
- $y' + \frac{y}{1+x} + (1+x)y^4 = 0.$

Aufgabe 4

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Riccatischen Differentialgleichung

$$y' = e^{-x}y^2 + y - e^x.$$

Hinweis: Eine Lösung der Gleichung können Sie mit dem Ansatz $y_0(x) = e^{ax}$ finden.

Aufgabe 5

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = (1 - x)y^2 + (2x - 1)y - x, \quad y(1) = 2$$

auf einem geeigneten Intervall.

Hinweis: Es gibt eine konstante Lösung der Differentialgleichung (die jedoch das Anfangswertproblem nicht erfüllt).

Hinweise

- Die Übungsklausur zur HM III findet am Samstag, den 30.01.2010 von 11:00 Uhr bis 13:00 Uhr statt.
- Die Übung findet an folgenden Terminen statt: 30.10., 13.11., 27.11., 11.12., 8.1., 22.1., 5.2., 12.2.
An den anderen Freitagsterminen findet im selben Raum ein Tutorium statt.
- Die Übungsblätter und Lösungen sind auch im Internet verfügbar:
www.mathematik.uni-karlsruhe.de/milweis/lehre/hm3etechphys2009w/