KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE (KIT)
Institut für Analysis
HDoz. Dr. Peer Kunstmann
Dipl.-Math. Thomas Gauss

WS 2009/2010
29.10.2009

2. Übungsblatt

Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 6

a) Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung

$$2x\,\sin y\,dx + x^2\cos y\,dy = 0$$

exakt ist und bestimmen Sie die allgemeine Lösung in impliziter Form.

b) Geben Sie in a) eine Lösung y in expliziter Form an, für die $y(1) = \frac{9}{4}\pi$ gilt.

c) Ist die Lösung aus b) in einer kleinen Umgebung von 1 eindeutig?

Aufgabe 7

Berechnen Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertprobleme:

a) $(2x + 4y + 2)\,dx + (4x + 12y + 8)\,dy = 0\,, \qquad y(0) = -1,$

b) $2x(y + e^{(x^2)})\,dx + (x^2 + 3)\,dy = 0\,, \qquad y(2) = 1.$

Aufgabe 8

Lösen Sie jeweils die Differentialgleichung, indem Sie einen integrierenden Faktor der Form $\mu = \mu(x)$ bestimmen.

a) $(2x^2 + 2xy^2 + 1)y\,dx + (x + 3y^2)\,dy = 0,$

b) $(2 + \frac{3y^2}{2x})\,dx + y\,dy = 0.$

— bitte wenden —

Aufgabe 9

Berechnen Sie die allgemeine Lösung (in impliziter Form) der Differentialgleichung

$$(\frac{1}{x^2} + 2y^2)\,dx + yx\,dy = 0$$

a) durch Bestimmung eines integrierenden Faktors $\mu = \mu(x)$,

b) durch Umformen in eine Bernoullische Differentialgleichung.

Aufgabe 10

Zu einer holomorphen Funktion $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ und

$$u(x,y) := (\operatorname{Re} f)(x+iy) \text{ und } v(x,y) := (\operatorname{Im} f)(x+iy)$$

betrachte man die Differentialgleichung

$$u(x,y)\,dx + v(x,y)\,dy = 0\,.$$

Von welcher Gestalt muss f sein, damit diese Differentialgleichung in $\mathbb{R}^2$ exakt ist?
Hinweis: Benutzen Sie die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen.