

2. Übungsblatt

Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Abgabe: bis Donnerstag, den 8.11.2007, 11:30 Uhr, neben Raum 305

Aufgabe 5

- a) Für alle $r \in \mathbb{R}$ sei $[r]$ diejenige ganze Zahl, die in $(r - 1, r]$ liegt. Sei $x \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie das Supremum der Menge

$$\left\{ \frac{[nx]}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

- b) Sei $a \in \mathbb{R}$ mit $a > 0$. Bestimmen Sie das Infimum der Menge

$$\left\{ \frac{a^n}{n!} : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Aufgabe 6

Beweisen Sie folgende Aussagen für alle $n \in \mathbb{N}$.

a) $\sum_{k=1}^n k2^k = (n-1)2^{n+1} + 2,$

b) $\prod_{k=1}^{n-1} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k = \frac{n^n}{n!}.$

Aufgabe 7 (K)

Bestimmen Sie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, die folgende Ungleichung erfüllen.

a) $x \leq 5 + \sqrt{x+7},$

b) $\sqrt{x+1} + x \leq 5.$

Aufgabe 8 (K)

a) Die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sei rekursiv definiert durch

$$a_0 := 0, a_1 := 1; a_n = \frac{1}{2}(a_{n-1} + a_{n-2}) \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

Zeigen Sie, daß $a_n = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{(-1)^n}{2^n}\right)$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$ ist.

b) Setze $\lambda := \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ und $\mu := \frac{1-\sqrt{5}}{2}$. Die Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sei rekursiv definiert durch

$$b_0 := 0, b_1 := 1; b_n = b_{n-1} + b_{n-2} \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

Zeigen Sie, daß $b_n = \frac{\lambda^n - \mu^n}{\lambda - \mu}$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$ ist.

Übungsblatt

Jeden Donnerstag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann vor dem Sekretariat Zi. 305 im Mathematikgebäude abgeholt werden oder von

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/milweis/lehre/hmiinf2007w/>

heruntergeladen werden. Die beiden **K**-Aufgaben können zur Korrektur abgegeben werden.

Die bearbeiteten Aufgaben werden in die Einwurfschlitze neben Zi. 305 geworfen. Der späteste Abgabetermin ist dem jeweiligen Übungsblatt zu entnehmen. In der Regel ist dies um 11:30 Uhr am Donnerstag der folgenden Woche.

Bitte vermerken Sie deutlich Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe. Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter erfolgt in den Übungsgruppen.

Übungsschein

Jede **K**-Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer in den Übungsblättern 1-7 und 8-14 jeweils mindestens 28 Punkte erzielt. Der Übungsschein wird nicht benotet.

Literatur

Ansorge, Oberle:	HM für Ingenieure, Band 1 (Akademie-Verlag)
Burg, Haf, Wille:	HM für Ingenieure, Band 1 (Teubner-Verlag)
Heuser:	Lehrbuch der Analysis 1 (Teubner-Verlag)
Meyberg, Vachenaer:	Höhere Mathematik 1 (Springer-Verlag)
Walter:	Analysis 1 (Springer-Verlag)

Link zur Lernplattform ILIAS

<https://ilias.rz.uni-karlsruhe.de/>