

4. Übungsblatt

Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Abgabe: bis Donnerstag, den 22.11.2007, 11:30 Uhr, neben Raum 305

Aufgabe 13

Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge, für die gilt:

(1) $(a_{2k})_{k \in \mathbb{N}}$ und $(a_{2k+1})_{k \in \mathbb{N}}$ konvergieren,

(2) $(a_{3k})_{k \in \mathbb{N}}$ ist konvergent.

Zeigen Sie, daß dann auch $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert. Zeigen Sie ferner, daß diese Konklusion falsch ist, wenn nur (1), aber nicht (2) gefordert wird.

Aufgabe 14 (K)

a) Sei $N \in \mathbb{N}$, und seien $a_1, a_2, \dots, a_N > 0$. Zeigen Sie, daß die durch

$$c_n := \sqrt[n]{\sum_{k=1}^N a_k^n} \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}$$

definierte Folge $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert, und bestimmen Sie den Grenzwert.

b) Zeigen Sie, daß die durch

$$b_n := \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + k}} \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}$$

definierte Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert, und bestimmen Sie den Grenzwert.

Aufgabe 15 (K)

Zeigen Sie jeweils, daß die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert, und bestimmen Sie den Grenzwert.

a) $a_n := \sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 + 1}$ ($n \in \mathbb{N}$), b) $a_n := (\sqrt[n]{n} - 1)^n$ ($n \in \mathbb{N}$),

c) $a_n := \frac{2^n - 3^n}{2n + 3^n}$ ($n \in \mathbb{N}$), d) $a_n := 8^{-n} \left(12n^{-1} + \frac{6n+1}{n^3} + 8 \right)^n$ ($n \in \mathbb{N}$).

Aufgabe 16

Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge in \mathbb{R} , und sei $(\alpha_k)_{k \in \mathbb{N}}$ eine Folge in der Menge $H(a_n)$ der Häufungswerte von $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Es gebe ein $\alpha \in \mathbb{R}$ mit $\alpha_k \rightarrow \alpha$ für $k \rightarrow \infty$. Zeigen Sie, daß dann auch $\alpha \in H(a_n)$ ist.

Übungsblatt

Jeden Donnerstag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann *vor* dem Sekretariat Zi. 305 im Mathematikgebäude abgeholt werden oder von

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/mi1weis/lehre/hmiinf2007w/>

heruntergeladen werden. Die beiden **K**-Aufgaben können zur Korrektur abgegeben werden. Die bearbeiteten Aufgaben werden in die Einwurfschlitze neben Zi. 305 geworfen. Bitte vermerken Sie deutlich Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe. Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter erfolgt in den Übungsgruppen.

Link zur Lernplattform ILIAS

<https://ilias.rz.uni-karlsruhe.de/>