

## 5. Übungsblatt

### Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Abgabe: bis Donnerstag, den 29.11.2007, 11:30 Uhr, neben Raum 305

#### Aufgabe 17

Sei  $a_n := \sqrt{n} - [\sqrt{n}]$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ , wobei  $[\cdot]$  wie in 5a) definiert sei.

- Bestimmen Sie  $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$  und  $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ .
- Bestimmen Sie alle Häufungswerte von  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

#### Aufgabe 18 (K)

- Bestimmen Sie  $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$  und  $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$  sowie alle Häufungswerte der durch

$$a_n := \left( \frac{n + (-1)^{n-1}}{n} \right)^n$$

für alle  $n \in \mathbb{N}$  definierten Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

- Bestimmen Sie  $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$  und  $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$  sowie alle Häufungswerte der durch

$$a_n := (3 + (-1)^n)(-1)^{n(n+1)/2}$$

für alle  $n \in \mathbb{N}$  definierten Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

- Sei  $q \in [0, 1)$  und  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Folge mit  $|a_{n+1} - a_n| \leq q^n$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie, daß  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Cauchy-Folge ist.

#### Aufgabe 19

Seien  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$  Folgen mit  $a_n \leq b_n \leq c_n$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie: Wenn die Reihen  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  und  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$  konvergieren, so konvergiert auch die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ .

## Aufgabe 20 (K)

Berechnen Sie für die zu den im folgenden definierten Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gehörigen Reihen  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  jeweils die Folge der zugehörigen  $n$ -ten Teilsummen. Entscheiden Sie hieran, ob die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konvergiert, und bestimmen Sie gegebenenfalls den Wert der Reihe.

a)  $a_n := \frac{1}{4n^2 - 1}$ ,

b)  $a_n := \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}}$ .

## Übungsblatt

Jeden Donnerstag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann *vor* dem Sekretariat Zi. 305 im Mathematikgebäude abgeholt werden oder von

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/mi1weis/lehre/hmiinf2007w/>

heruntergeladen werden. Die beiden **K**-Aufgaben können zur Korrektur abgegeben werden. Die bearbeiteten Aufgaben werden in die Einwurfschlitze neben Zi. 305 geworfen. Bitte vermerken Sie deutlich Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe. Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter erfolgt in den Übungsgruppen.

## Link zur Lernplattform ILIAS

<https://ilias.rz.uni-karlsruhe.de/>