

6. Übungsblatt

Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Abgabe: bis Donnerstag, den 06.12.2007, 11:30 Uhr, neben Raum 305

Aufgabe 21

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz, und bestimmen Sie gegebenenfalls den Wert der Reihe.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \sum_{n=0}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^{\infty} 2^{-(k+n)} \right), \\ \text{b)} & \sum_{n=0}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^n 2^{-k} \right), \\ \text{c)} & \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(n+k)^2} \right). \end{array}$$

Aufgabe 22 (K)

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n!}{n^n}, \\ \text{b)} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n^{3/4}}, \\ \text{c)} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{10}}{10^n}, \\ \text{d)} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}, \\ \text{e)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}, \\ \text{f)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n+1}, \\ \text{g)} & \sum_{n=1}^{\infty} \left(\alpha + \frac{1}{n} \right)^n \text{ für } \alpha \geq 0, \\ \text{h)} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n!}}. \end{array}$$

Aufgabe 23

Sei $q \in (-1, 1)$ und $k \in \mathbb{N}_0$.

a) Zeigen Sie, daß die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+k}{k} q^n$ absolut konvergiert.

b) Zeigen Sie $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+k}{k} q^n = \frac{1}{(1-q)^{k+1}}$.

Aufgabe 24 (K)

a) Bestimmen Sie das Cauchy-Produkt der Reihen $\sum_{n=0}^{\infty} 2^{-n}$ und $\sum_{n=0}^{\infty} 3^{-n}$, und berechnen Sie dessen Wert.

b) Definiere $a_0 := 0$ und $a_n := \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, daß die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergiert, daß aber das Cauchy-Produkt der Reihe mit sich selbst divergiert. Warum läßt sich der Satz aus der Vorlesung über die Konvergenz des Cauchy-Produktes nicht anwenden? (*Hinweis: Zeigen Sie, daß die Reihenglieder des Cauchy-Produkts keine Nullfolge bilden.*)

Übungsblatt

Jeden Donnerstag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann vor dem Sekretariat Zi. 305 im Mathematikgebäude abgeholt werden oder von

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/mi1weis/lehre/hmiinf2007w/>

heruntergeladen werden. Die beiden **K**-Aufgaben können zur Korrektur abgegeben werden. Die bearbeiteten Aufgaben werden in die Einwurfschlitze neben Zi. 305 geworfen. Bitte vermerken Sie deutlich Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe. Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter erfolgt in den Übungsgruppen.

Link zur Lernplattform ILIAS

<https://ilias.rz.uni-karlsruhe.de/>