

8. Übungsblatt

Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Abgabe: bis Donnerstag, den 20.12.2007, 11:30 Uhr, neben Raum 305

Aufgabe 29 (K)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^{3/2} - x^{3/2}}{\sqrt{x}}$, b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2007} \left(\left(1 + \frac{2007}{x}\right)^{2008} - 1 \right)$,
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$, d) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{x^4 - 81}$,
- e) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\frac{1}{x} \right]$, f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^2}$,
- g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$, h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{E(x) - \sin(x) - 1}{x^2}$.

Aufgabe 30

Bestimmen Sie jeweils alle $x_0 \in [0, 1]$, in denen die Funktion $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig ist.

- a) $f(x) := \begin{cases} x & \text{falls } x \in [0, 1] \cap \mathbb{Q}, \\ 1 - x & \text{falls } x \in [0, 1] \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$
- b) $f(x) := \begin{cases} 1/q, & \text{falls } x = p/q \in [0, 1] \cap \mathbb{Q}, \text{ wobei } p \in \mathbb{N}_0, q \in \mathbb{N} \text{ teilerfremd,} \\ 0, & \text{falls } x \in [0, 1] \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$

Aufgabe 31

- (1) Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig mit $f(x) = f(2x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, daß f konstant ist.
- (2) Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion mit $f(x+y) = f(x) + f(y)$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, daß f genau dann stetig ist, wenn f stetig in 0 ist.

Aufgabe 32 (K)

Bestimmen Sie jeweils alle $x_0 \in \mathbb{R}$, in denen die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig ist.

a) $f(x) := [x] + \sqrt{x - [x]}$ für alle $x \in \mathbb{R}$,

b) $f(x) := \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x^2 - 5x + 4}, & \text{falls } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{N}, \\ \frac{3x - 10}{x + 2}, & \text{falls } x \in \mathbb{N}. \end{cases}$

Übungsblatt

Jeden Donnerstag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann *vor* dem Sekretariat Zi. 305 im Mathematikgebäude abgeholt werden oder von

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/mi1weis/lehre/hmiinf2007w/>

heruntergeladen werden. Die beiden **K**-Aufgaben können zur Korrektur abgegeben werden. Die bearbeiteten Aufgaben werden in die Einwurfschlitze neben Zi. 305 geworfen. Bitte vermerken Sie deutlich Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe. Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter erfolgt in den Übungsgruppen.

Link zur Lernplattform ILIAS

<https://ilias.rz.uni-karlsruhe.de/>