

## 9. Übungsblatt

### Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Abgabe: bis Donnerstag, den 10.01.2008, 11:30 Uhr, neben Raum 305

#### Aufgabe 33 (K)

- (1) Seien  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $a \leq b$ , und sei  $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$  stetig. Zeigen Sie, daß  $f$  einen Fixpunkt besitzt, daß also ein  $x \in [a, b]$  existiert mit  $f(x) = x$ .
- (2) Bleibt die Aussage in (1) wahr, wenn man das abgeschlossene Intervall  $[a, b]$  durch ein beliebiges Intervall ersetzt?
- (3) Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig und beschränkt. Zeigen Sie, daß  $f$  einen Fixpunkt besitzt.

#### Aufgabe 34

Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig, und seien  $A, B \subseteq \mathbb{R}$ . Beweisen oder widerlegen Sie:

- a)  $A$  abgeschlossen  $\Rightarrow f(A)$  abgeschlossen,
- b)  $B$  abgeschlossen  $\Rightarrow f^{-1}(B)$  abgeschlossen,
- c)  $A$  beschränkt  $\Rightarrow f(A)$  beschränkt,
- d)  $B$  beschränkt  $\Rightarrow f^{-1}(B)$  beschränkt.

#### Aufgabe 35 (K)

Seien  $a, \alpha \in \mathbb{R}$  mit  $a, \alpha > 0$ . Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(x)}{x^\alpha},$
- b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x},$
- c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^{x^2} - 1}{x},$
- d)  $\lim_{x \rightarrow 0+0} x^x.$

### Aufgabe 36

Es sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(0) = 1$  und

$$f(x + y) \leq f(x)f(y) \quad \text{für alle } x, y \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie: Ist  $f$  stetig in 0, so ist  $f$  stetig.

**Wir wünschen frohe Festtage und einen guten Rutsch in das neue Jahr!**

### Übungsblatt

Jeden Donnerstag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann *vor* dem Sekretariat Zi. 305 im Mathematikgebäude abgeholt werden oder von

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/milweis/lehre/hmiinf2007w/>

heruntergeladen werden. Die beiden **K**-Aufgaben können zur Korrektur abgegeben werden. Die bearbeiteten Aufgaben werden in die Einwurfschlitze neben Zi. 305 geworfen. Bitte vermerken Sie deutlich Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe. Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter erfolgt in den Übungsgruppen.

### Link zur Lernplattform ILIAS

<https://ilias.rz.uni-karlsruhe.de/>