

## 11. Übungsblatt

### Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Abgabe: bis Donnerstag, den 24.01.2008, 11:30 Uhr, neben Raum 305

#### Aufgabe 41 (K)

Bestimmen Sie jeweils alle  $x \in D$ , in denen die Funktion  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar ist, und berechnen Sie für diese  $x$  die Ableitung  $f'(x)$ .

- a)  $D := (1, \infty)$ ,  $f(x) := \log(\log(x))$ ,    b)  $D := \mathbb{R}$ ,  $f(x) := \sin(1 + \cos(x))$ ,  
c)  $D = \mathbb{R}$ ,  $f(x) := |x^2 - 4|^3$ ,    d)  $D = (0, \infty)$ ,  $f(x) := x^{(x^x)}$ ,  
e)  $D = [0, 1]$ ,  $f(x) := (x^2 + 1)e^{x^5}$ ,    f)  $D = (0, \pi/2)$ ,  $f(x) := (\cos(x))^{\sin(x)}$ .

#### Aufgabe 42

Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei gegeben durch

$$f(x) := 1 - \frac{8}{e^{2x} + 4}.$$

- a) Beweisen Sie, daß  $f$  injektiv ist und zeigen Sie  $f'(x) = 1 - (f(x))^2$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ .  
b) Berechnen Sie mit Hilfe von a) die Ableitung der Umkehrfunktion von  $f$ .  
c) Bestimmen Sie eine explizite Darstellung von  $f^{-1}$  und berechnen Sie damit erneut die Ableitung von  $f^{-1}$ .

#### Aufgabe 43 (K)

Zeigen Sie für alle  $y > x > 0$ :

- a)  $e^{y^2} - e^{x^2} \leq (y - x)(x + y)e^{y^2}$ ,  
b)  $e^{1/x} - e^{1/y} \leq (y - x)\frac{e^{1/x}}{x^2}$ ,  
c)  $y \log y - x \log x \leq (y - x)(1 + \log y)$ .

## Aufgabe 44

- (1) Es seien  $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  stetige Funktionen, die auf  $(a, b)$  differenzierbar sind mit  $f(a) \leq g(a)$ .
- a) Ist  $f'(x) \leq g'(x)$  für alle  $x \in (a, b)$ , so gilt auch  $f(x) \leq g(x)$  für alle  $x \in [a, b]$ .
  - b) Ist  $f'(x) < g'(x)$  für alle  $x \in (a, b)$ , so gilt auch  $f(x) < g(x)$  für alle  $x \in (a, b)$ .
- (2) a) Zeigen Sie  $1 - \frac{1}{x} < \log(x) < x - 1$  für alle  $x > 1$ .
- b) Sei  $a \in \mathbb{R}$  und  $f(x) := \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+a}$  für alle  $x > 0$ . Zeigen Sie: Ist  $a \geq 1$ , so ist  $f$  streng monoton fallend, ist hingegen  $a \leq 0$ , so ist  $f$  streng monoton wachsend.

## Übungsblatt

Jeden Donnerstag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann vor dem Sekretariat Zi. 305 im Mathematikgebäude abgeholt werden oder von

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/mi1weis/lehre/hmiinf2007w/>

heruntergeladen werden. Die beiden **K**-Aufgaben können zur Korrektur abgegeben werden. Die bearbeiteten Aufgaben werden in die Einwurfschlitze neben Zi. 305 geworfen. Bitte vermerken Sie deutlich Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe. Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter erfolgt in den Übungsgruppen.

## Link zur Lernplattform ILIAS

<https://ilias.rz.uni-karlsruhe.de/>