

12. Übungsblatt

Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Abgabe: bis Donnerstag, den 31.01.2008, 11:30 Uhr, neben Raum 305

Aufgabe 45 (K)

Untersuchen Sie jeweils, ob eine der Regeln von de l'Hospital anwendbar ist, und berechnen Sie den Grenzwert, falls er existiert.

- a) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(\sin x)}{x - \pi}$, b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x - 2}$,
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$, d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$,
- e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \log x}$, f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos(1/x)}{\sin x}$,
- g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1 + x \sin x}{\sqrt{1 - x^2} + x^2 - 1}$, h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x \sin x}$.

Aufgabe 46

- a) Zeigen Sie, daß die Cosinus-Funktion auf dem Intervall $[0, \pi]$ streng monoton fallend ist und den Wertebereich $[-1, 1]$ besitzt. Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion $\arccos : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$.
- b) Für $x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$ definiert man die Cotangens-Funktion durch

$$\cot x := \frac{\cos x}{\sin x}.$$

Zeigen Sie, daß die Funktion \cot auf $(0, \pi)$ streng monoton fallend ist mit Wertebereich \mathbb{R} . Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion $\operatorname{arccot} : \mathbb{R} \rightarrow (0, \pi)$.

Aufgabe 47 (K)

Es soll der sogenannte hyperbolische Sinus untersucht werden, also

$$\sinh : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

- a) Bestimmen Sie die Ableitung von \sinh .
- b) Zeigen Sie, daß \sinh auf \mathbb{R} streng monoton wachsend ist und den Wertebereich \mathbb{R} besitzt.
- c) Bestimmen Sie Definitions- und Wertebereich der Umkehrfunktion $\operatorname{Arsinh} := \sinh^{-1}$ und berechnen Sie die Ableitung.
- d) Skizzieren Sie die Schaubilder von \sinh und Arsinh .
- e) Zeigen Sie $\operatorname{Arsinh} x = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 48

Berechnen Sie den Wert der folgenden Integrale direkt, indem Sie mit geeigneten Ober- und Untersummen das oberen und unteren Integral bestimmen:

a) $\int_0^1 x^2 dx,$

b) $\int_0^1 e^x dx.$

Übungsblatt

Jeden Donnerstag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann *vor* dem Sekretariat Zi. 305 im Mathematikgebäude abgeholt werden oder von

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/milweis/lehre/hmiinf2007w/>

heruntergeladen werden. Die beiden **K**-Aufgaben können zur Korrektur abgegeben werden. Die bearbeiteten Aufgaben werden in die Einwurfschlitze neben Zi. 305 geworfen. Bitte vermerken Sie deutlich Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe. Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter erfolgt in den Übungsgruppen.

Link zur Lernplattform ILIAS

<https://ilias.rz.uni-karlsruhe.de/>