

13. Übungsblatt

Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Abgabe: bis Donnerstag, den 07.02.2008, 11:30 Uhr, neben Raum 305

Aufgabe 49 (K)

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

a) $\int_0^{\sqrt{\log 10}} x e^{-x^2} dx,$

b) $\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx,$

c) $\int_1^e \frac{\log x}{x} dx,$

d) $\int_0^{\pi/2} e^{\cos x} \sin x dx,$

e) $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{6-2x^3}} dx,$

f) $\int_0^{\pi} e^{-x} \cos(2x) dx,$

g) $\int_1^4 e^{\sqrt{x}} dx,$

h) $\int_0^{\pi/3} \tan x dx.$

Aufgabe 50

Sei $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Definiere $f_0 := f$ und rekursiv

$$f_{n+1}(x) := \int_0^x f_n(x) dx \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}_0, x \in [0, \infty).$$

Zeigen Sie:

- (1) Für alle $n \in \mathbb{N}_0$ ist $f_n \in C^n((0, \infty))$ und $f_n^{(n)} = f$.
- (2) Für alle $n \in \mathbb{N}$ und $x \in [0, \infty)$ gilt

$$f_n(x) = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^x (x-y)^{n-1} f(y) dy.$$

Aufgabe 51

Es sei $f \in C(\mathbb{R})$. Für alle $n \in \mathbb{N}$ und $x \in \mathbb{R}$ definiere

$$f_n(x) := n \int_0^{1/n} f(x+y) dy.$$

- (1) Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$, daß f_n differenzierbar ist, und berechnen Sie die Ableitung f'_n .
- (2) Zeigen Sie, daß die Funktionenfolge $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf jedem kompakten Intervall $I \subseteq \mathbb{R}$ gleichmäßig gegen f konvergiert.

Aufgabe 52 (K)

- (1) Finden Sie jeweils eine Stammfunktion zur angegebenen Funktion f .

a) $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2 \log x$, b) $f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x \log x}$,

c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \left(\frac{x}{e^{2x}}\right)^2$, d) $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^{-2} \log x$.

- (2) Untersuchen Sie jeweils, ob für die im folgenden durch $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ definierte Funktionenfolge der Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx$$

existiert.

a) $f_n(x) := \frac{1}{n} e^{-nx^2}$,

b) $f_n(x) := \frac{\sin(nx)}{1 + nx}$.

Übungsblatt

Jeden Donnerstag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann vor dem Sekretariat Zi. 305 im Mathematikgebäude abgeholt werden oder von

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/mi1weis/lehre/hmiinf2007w/>

heruntergeladen werden. Die beiden **K**-Aufgaben können zur Korrektur abgegeben werden. Die bearbeiteten Aufgaben werden in die Einwurfschlitze neben Zi. 305 geworfen. Bitte vermerken Sie deutlich Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe. Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter erfolgt in den Übungsgruppen.

Link zur Lernplattform ILIAS

<https://ilias.rz.uni-karlsruhe.de/>